

Automazione

7 giugno 2024

Esercizio 1

Si consideri un sistema di automazione che deve gestire i seguenti task periodici:

- ogni 5 t.u. viene eseguito il riconoscimento di un prodotto, impiegando 2 t.u.;
- ogni 8 t.u. viene eseguita l'etichettatura di un prodotto in 3 t.u.

C'è un task aperiodico addizionale caratterizzato dal fatto che due istanze consecutive si presentano almeno dopo 20 t.u. e il cui tempo di esecuzione di ogni istanza non supera mai le 4 t.u.

Si ipotizzi che i task già menzionati siano indipendenti. Tali task devono essere gestiti con una modalità di scheduling hard real time.

Un ulteriore task aperiodico è caratterizzato da $a_4(1) = 1$ t.u., $D_4(1) = 65$ t.u. e $C_4(1) = 2$ t.u. Tale task può essere gestito in maniera soft real time.

Si chiede di risolvere i seguenti punti.

1. Verificare se sussiste la condizione necessaria di schedulabilità dei hard real time.
2. Verificare se sussiste almeno una delle condizioni sufficienti di schedulabilità dei task hard real time, utilizzando l'algoritmo RMPO.
3. Eseguire lo scheduling dei task hard real time con RMPO. Nel caso in cui RMPO non sia in grado di schedulare i task hard real time, eseguire lo scheduling utilizzando l'algoritmo EDF.
4. Scrivere la definizione di "processore completamente utilizzato" e, utilizzando l'algoritmo di scheduling scelto nel punto 3, verificare se il processore risulti completamente utilizzato.
5. Utilizzando l'algoritmo di scheduling scelto nel punto 3, verificare se il task aperiodico soft real time riesce ad essere eseguito entro la propria deadline assoluta utilizzando uno scheduling in background. In caso ciò non sia possibile, verificare se il task aperiodico può essere eseguito entro la propria deadline assoluta utilizzando un processo deferring server caratterizzato da $T_{SRV} = 40$ t.u., $C_{SRV} = 1$ t.u.
6. Spiegare cosa sarebbe successo se il task aperiodico fosse stato eseguito utilizzando un processo polling server con gli stessi valori: $T_{SRV} = 40$ t.u., $C_{SRV} = 1$ t.u.

Esercizio 2

operazioni	set-up	drilling	milling	internal polishing	sanding	external polishing	assembly	glueing	clean
durata [in minuti]	8	2	5	4	3	8	6	3	8
dirette precedenti	—	set-up	set-up	drilling	drilling, milling	milling	sanding, internal polishing	internal polishing	assembly, glueing

Tabella 1: Durate e operazioni direttamente precedenti per le 9 operazioni della linea.

Si vuole dimensionare una linea di trasferta, costituita da N stazioni in serie, senza buffer intermedi e che avanza in maniera sincrona, dedicata alla produzione di un complesso pezzo meccanico che deve subire complessivamente le 9 operazioni (indicate con nomi in inglese) elencate in Tab. 1.

Le singole operazioni hanno le durate T_i (in minuti) indicate in tabella, dove sono riportati anche i vincoli tecnologici di precedenza esistenti tra le stesse. La linea deve soddisfare un tasso di produzione di almeno 100 pezzi completati in 15h.

Si costruisca il grafo delle precedenze tra le operazioni e si proceda a una assegnazione ammissibile delle stesse alle stazioni, minimizzando il numero N di stazioni utilizzate. Determinare lo sbilanciamento medio della linea rispetto al carico massimo teorico (in durata e in percentuale) e i tempi morti di ogni stazione. Fornire quindi il tasso di produzione effettivo della soluzione trovata e il tempo di attraversamento a regime dell'intera linea.

Esercizio 3

Si consideri la rete di Petri ordinaria in Fig. 1.

- Determinare la matrice di incidenza della rete. Questa rete appartiene a una classe particolare? Se sì, quale?
- Quanti sono gli stati raggiungibili della rete? La rete è viva? E' conservativa? E' reversibile?
- Calcolare tutti i P-invarianti e i T-invarianti.
- Cosa cambierebbe se si aggiungesse un arco tra il posto p_2 e la transizione t_3 ?

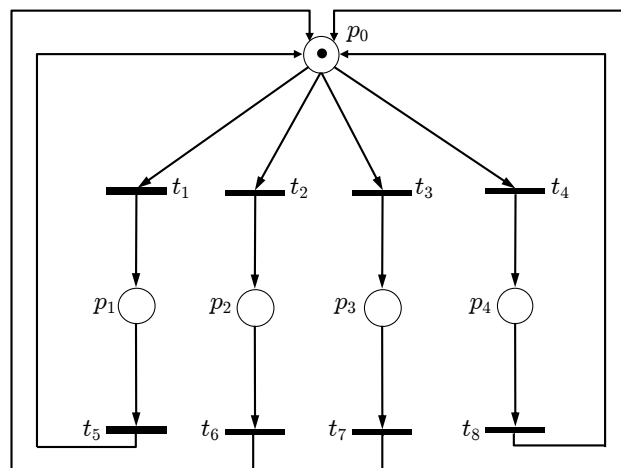


Figura 1: Una rete di Petri con 5 posti e 8 transizioni.

Esercizio 4

Una nastro trasportatore deve spostare a velocità costante v_d dei manufatti di massa differente e non nota sul piano orizzontale di fabbrica. Il nastro è comandato da un motore elettrico che impone, a valle del sistema di trasmissione, una forza di controllo f per la movimentazione del nastro. A questa si oppone una forza di attrito di tipo viscoso avente coefficiente anch'esso incognito. Quale tipo di regolatore va utilizzato per garantire la stabilità asintotica del sistema controllato con errore di velocità $e = v_d - v$ nullo a regime? Che effetto ha sulle prestazioni del sistema ad anello chiuso la presenza di manufatti trasportati di massa differente?

[3 ore; libri aperti]

Punto 4

Per definizione, dato un algoritmo di scheduling e un insieme di task periodici, il processore viene detto completamente utilizzato se la schedulazione è fattibile e se un aumento comunque piccolo di uno qualsiasi dei computation time la rende impossibile.

Osservando la soluzione dello scheduling EDF presentata nel punto precedente, si può facilmente trovare un contro-esempio che viola la condizione di essere completamente utilizzato. Infatti, aumentando uno qualsiasi dei computation time di un ε sufficientemente piccolo (in particolare, un valore minore o uguale al reciproco del numero di occorrenze del task avente il maggior numero di occorrenze nella trama di scheduling, che nel caso specifico sono le 8 occorrenze del task A_1 , pertanto $\varepsilon \leq 1/8$), lo schema viene semplicemente traslato senza che alcuna istanza di alcun task superi la propria deadline assoluta. Pertanto, il processore non è completamente utilizzato.

Punto 5

Dal precedente scheduling effettuato secondo l'algoritmo EDF si evince che il processore rimane inutilizzato in tutte le t.u. multiple di 40 (40, 80, 120, ecc.). Il task aperiodico soft real-time non riesce ad essere eseguito entro la sua deadline se si utilizza una politica in background, in quanto attivandosi alla t.u. 1, dovrà terminare entro la t.u. 66, ma in tale intervallo ricade solo una t.u. di processore libero e non 2 t.u. come richiesto dal task. Aggiungendo il processo (deferring) server (A_4), il coefficiente di utilizzazione diventa:

$$U = \frac{2}{5} + \frac{3}{8} + \frac{4}{20} + \frac{1}{40} = 1.$$

Verificata la condizione necessaria e sufficiente per EDF, la soluzione dello scheduling è riportata in Fig. 4. Il processo deferring server mette a disposizione le t.u. 24 e 64 per l'esecuzione del task aperiodico soft real time. È facile verificare che il task aperiodico soft real time viene eseguito entro la deadline assoluta $d_4(1) = a_4(1) + D_4(1) = 66$ t.u.

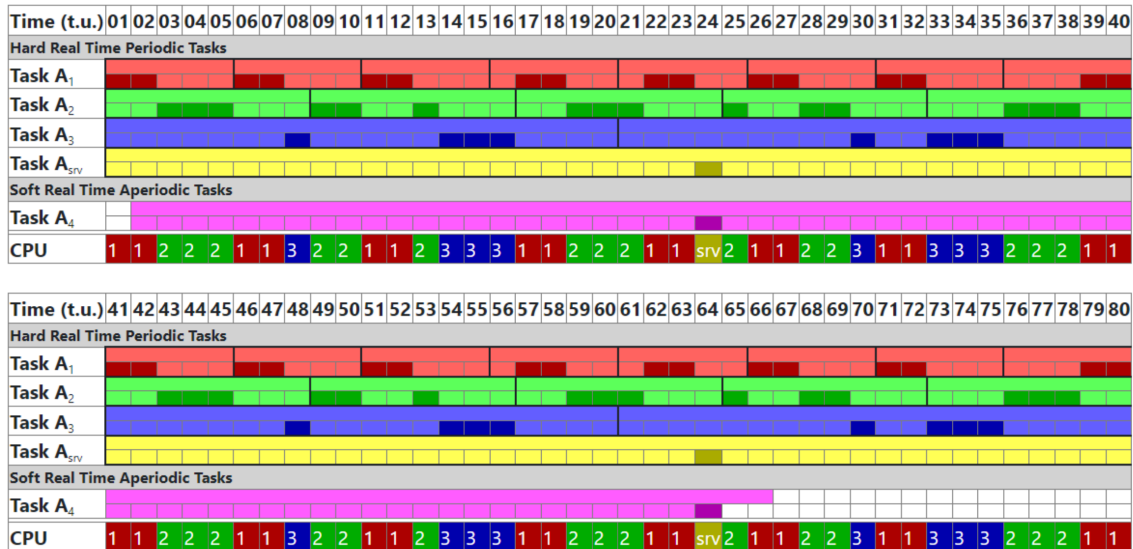


Figura 4: Scheduling EDF con aggiunta del processo deferring server.

Punto 6

Se il processo server è di tipo polling, dato che all'inizio dello scheduling la coda dei task soft real time è vuota (in quanto $a_4(1) = 1$), ne consegue che il computation time della prima istanza del task server è pari a 0. Solo la seconda e la terza istanza del processo server hanno computation time pari a 1, quindi il processore sarebbe disponibile nella t.u. 64 e 104 per il task soft real time. Pertanto, in questo caso, il task aperiodico soft real time non verrebbe eseguito entro la deadline assoluta.

Esercizio 2

La durata totale di tutte le $M = 9$ operazioni che devono essere eseguite dalle stazioni della linea di trasferta su ogni pezzo meccanico è pari a

$$T_{tot} = \sum_{i=1}^M T_i = 47 \text{ minuti.}$$

Il tasso di produzione richiesto è

$$TP = 100 \text{ unità}/15\text{h} = 100 \text{ unità}/900 \text{ minuti} \simeq 0.111 \text{ unità}/\text{minuto.}$$

Il carico massimo teorico CMT per stazione e il numero minimo N_t di stazioni sulla linea sono

$$CMT = \frac{1}{TP} = 9 \text{ minuti/unità} \Rightarrow N_t = \left\lceil \frac{T_{tot}}{CMT} \right\rceil = \left\lceil \frac{47}{9} \right\rceil = \lceil 5.222 \rceil = 6.$$

Il grafo delle precedenze tra le operazioni è riportato in Fig. 5, utilizzando anche dei codici letterali al posto dei nomi delle operazioni.

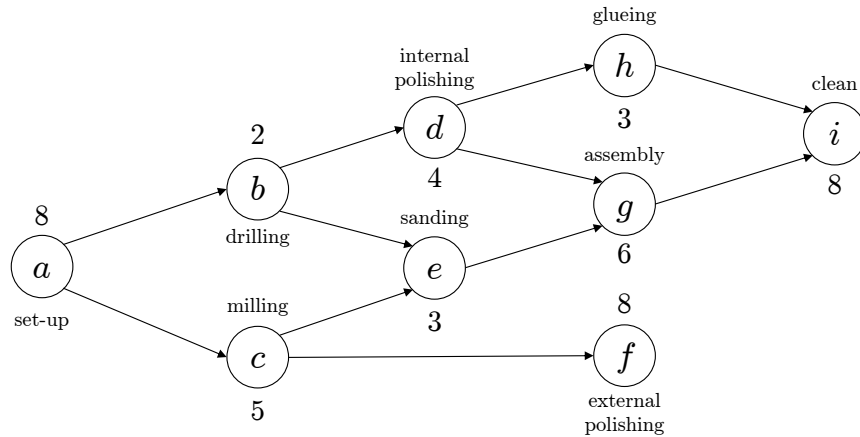


Figura 5: Grafo delle precedenze tra le operazioni, con i tempi di esecuzione in minuti.

Per il dimensionamento della linea di trasferta, occorre determinare un'assegnazione delle operazioni alle stazioni della linea che sia ammissibile (ossia tale da soddisfare i vincoli di precedenza del grafo e per cui le stazioni abbiano un carico $C_j \leq CMT$, $j = 1, \dots, N$), minimizzando il numero N di stazioni. Per la soluzione si utilizza l'euristica RPWT (Ranked Positional Weight Technique). A tal fine, la Tab. 2 riporta gli insiemi S_i delle operazioni successive a ogni lavorazione e,

separatamente, a ogni assemblaggio, con i relativi pesi posizionali

$$PW_i = T_i + \sum_{k \in S_i} T_k, \quad i = 1, \dots, M.$$

Nella Tab. 3 le operazioni sono riordinate per peso posizionale PW_i decrescente. Si procede quindi all'assegnazione delle operazioni così ordinate alle stazioni della linea, fino a raggiungere il massimo carico C_j ammissibile per ciascuna stazione prima di passare a quella successiva (euristica RPWT). Il numero così determinato è $N = 6$, pari in questo caso al minimo teorico. In particolare la stazione più carica è la $j = 4$, con carico pari al massimo teorico ($C_4 = 9 = CMT$).

operazioni	set-up (a)	drilling (b)	milling (c)	internal polishing (d)	sanding (e)	external polishing (f)	assembly (g)	glueing (h)	clean (i)
durata [in minuti]	8	2	5	4	3	8	6	3	8
S_i	tutte le altre	d, e, h, g, i	e, f, g, i	h, g, i	g, i	–	i	i	–
PW_i [minuti]	47	26	30	21	17	8	14	11	8

Tabella 2: Insiemi S_i delle operazioni successive e pesi posizionali PW_i per le 9 operazioni.

operazioni	a	c	b	d	e	g	h	f	i
durata	8	5	2	4	3	6	3	8	8
PW_i	47	30	26	21	17	14	11	8	8
stazioni	1	2	2	3	3	4	4	5	6

Tabella 3: Assegnazione delle operazioni alle stazioni della linea con l'euristica RPWT.

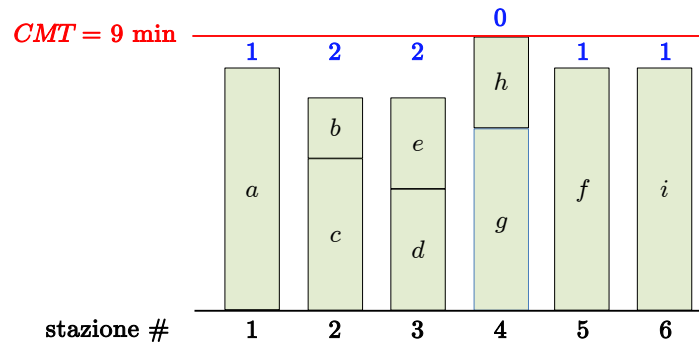


Figura 6: Caricamento delle stazioni con le operazioni e tempi morti della linea di trasferta.

Il carico sulle singole stazioni è riportato graficamente in Fig. 6. Essendo il carico effettivo della linea pari al massimo teorico, $C = CMT$, si deducono le grandezze

$$\text{tasso di produzione} = \frac{1}{C} = \frac{1}{9} = 0.111 \text{ unità/min} = 100 \text{ unità/15h,}$$

tempo di attraversamento della linea (a regime) = $N \times C = 6 \times 9 = 54$ [min].

L'avanzamento sincrono della linea di trasferta sarà quindi di 9 minuti: ogni 9 minuti entra un pezzo grezzo e, a regime, esce il pezzo meccanico completamente lavorato. Nella Fig. 6 sono indicati anche i tempi morti, $d_j = C - C_j \geq 0$, di ciascuna stazione. Lo sbilanciamento medio è quindi

$$d = \frac{\sum_{j=1}^N d_j}{N} = \frac{7}{6} = 1.166 \text{ minuti} = 1'10'',$$

pari a poco meno del 13% del carico della linea.

Esercizio 3

La rete di Petri in Fig. 1 è una macchina a stato finiti: ogni transizione ha al più un solo posto in ingresso e un solo posto in uscita. Poiché nella marcatura iniziale $\mathbf{x}_0 = (1, 0, 0, 0, 0)$ è presente almeno un token, la rete è conservativa; poiché il token è uno solo, la rete è anche sicura.

La matrice di incidenza \mathbf{C} della rete, di dimensioni $p \times t = 5 \times 8$, è

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

E' facile verificare (anche senza MATLAB) che la matrice \mathbf{C} ha rango $\rho = 4$: sommando infatti tutte le righe si ottiene il vettore $\mathbf{0}$ (le 5 righe non sono quindi linearmente indipendenti), mentre è immediato trovare un minore di ordine 4 diverso da zero.

Il calcolo dei T-invarianti (essendo $t - \rho = 8 - 4 = 4$) fornisce:

$$\mathbf{C}\boldsymbol{\eta} = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \boldsymbol{\eta}_1 &= \mu_1 (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^T \\ \boldsymbol{\eta}_2 &= \mu_2 (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)^T \\ \boldsymbol{\eta}_3 &= \mu_3 (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)^T \\ \boldsymbol{\eta}_4 &= \mu_4 (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^T \end{aligned} \quad \mu_i \in \mathbb{N}^+, i = 1, \dots, 4. \quad (1)$$

Per avere reversibilità è quindi necessario che le transizioni scattino a coppie ((t_1, t_5) o (t_2, t_6) o (t_3, t_7) o (t_4, t_8)) un numero pari di volte. Ciascuna di queste quattro sequenze di transizioni è ammissibile a partire da \mathbf{x}_0 e collettivamente includono tutte le transizioni della rete. Inoltre sono le uniche sequenze (eventualmente ripetute) ammissibili a partire da \mathbf{x}_0 . La rete è dunque reversibile e viva. Le marcature raggiungibili sono cinque in tutto

$$R(PN) = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

come si può anche vedere immediatamente dall'albero di raggiungibilità (non riportato).

Infine il calcolo dell'unico P-invariante (essendo $p - \rho = 5 - 4 = 1$) fornisce:

$$\boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{C} = \mathbf{0}^T \Leftrightarrow \mathbf{C}^T \boldsymbol{\gamma} = \mathbf{0} \Rightarrow \boldsymbol{\gamma}^T = \nu (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1) \quad \nu \in \mathbb{N}^+. \quad (2)$$

L'insieme di supporto di questo P-invariante ricopre tutti i posti, confermando la conservatività (e la limitatezza) della rete.

L'aggiunta di un arco tra il posto p_2 e la transizione t_3 disabilita lo scatto di quest'ultima (non ci possono mai essere contemporaneamente token in p_0 e in p_2) e quindi anche della successiva transizione t_7 in cascata. La rete è ancora conservativa, sicura e reversibile, ma non più viva. Il numero di stati raggiungibili si riduce a quattro, essendo stato eliminato $\boldsymbol{x}_3 = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)^T$, mentre scompare il T-invariante $\boldsymbol{\eta}_3$, essendo la nuova matrice di transizione di rango pieno (pari a 5). Per lo stesso motivo, la nuova rete non possiede P-invarianti. Questa situazione corrisponde alla presenza di un 'ramo morto' nella rete, che potrebbe essere del tutto eliminato senza modificare il comportamento della rete restante. Infatti, eliminando il posto p_3 , le transizioni t_2 e t_7 e l'arco aggiunto, la rete restante si comporta esattamente come quella iniziale (con uno stato in meno, tre T-invarianti e un P-invariante con insieme di supporto ricoprente tutti i posti restanti).

Esercizio 4

Il sistema considerato è descritto dall'equazione differenziale del primo ordine

$$m\dot{v} = f - dv \quad (3)$$

dove $m > 0$ è la massa in movimento del nastro inclusa quella del manufatto trasportato, v è la velocità del nastro, f è la forza di controllo generata del motore, e $d > 0$ è il coefficiente di attrito viscoso. Nè m nè d sono noti. La funzione di trasferimento di interesse associata alla (3) è

$$P(s) = \frac{v(s)}{f(s)} = \frac{1}{ms + d}.$$

Per ottenere il comportamento desiderato ad anello chiuso è sufficiente un regolatore con sola azione integrale sull'errore $e = v_d - v$:

$$f(t) = k_I \int_0^t (v_d - v(s)) ds \Rightarrow f(s) = k_I \frac{v_d(s) - v(s)}{s} = k_I \frac{e(s)}{s} \Rightarrow C(s) = \frac{f(s)}{e(s)} = \frac{k_I}{s}.$$

Il sistema ad anello chiuso ha funzione di trasferimento

$$W(s) = \frac{P(s)C(s)}{1 + P(s)C(s)} = \frac{k_I}{ms^2 + ds + k_I}.$$

Si avrà stabilità asintotica per qualsiasi $k_I > 0$. Essendo $W(0) = 1$, a regime permanente l'uscita v varrà esattamente v_d (errore nullo), per qualsiasi valore di $m > 0$ e $d > 0$ che non occorre che debbano essere noti al controllore. Tuttavia il transitorio avrà un andamento solo parzialmente modificabile con il guadagno k_I .

Una soluzione più efficace è quella di ricorrere ad un regolatore PI (proporzionale-integrale) sull'errore, definito nel dominio di Laplace da

$$C(s) = k_P + \frac{k_I}{s} = \frac{k_P s + k_I}{s}.$$

Il sistema ad anello chiuso avrà la funzione di trasferimento

$$W(s) = \frac{k_P s + k_I}{ms^2 + (k_P + d)s + k_I} \quad \text{con } W(0) = 1.$$

Si avrà certamente stabilità asintotica per qualsiasi $k_I > 0$ e $k_P > 0$ (e per qualsiasi valore di $m > 0$ e $d > 0$). Inoltre sarà ora possibile assegnare completamente la dinamica del secondo ordine dell'errore transitorio grazie ai due parametri di controllo disponibili.

Si noti che non è possibile per questo sistema aggiungere un'azione derivativa (quindi avere un PID) senza violare il vincolo di causalità. Infatti, essendo la funzione di trasferimento del processo del primo ordine, un eventuale termine derivativo sull'errore di velocità nella legge di controllo per f conterrebbe il segnale \dot{v} . Ma questo segnale, in base al modello (3), sarebbe esso stesso una funzione dell'ingresso di controllo f che sto definendo. Si creerebbe così un loop algebrico dove non è più possibile individuare causa ed effetto.

La variazione di m modifica il transitorio ma non il comportamento a regime permanente. Ad esempio, se si scelgono i due guadagni del regolatore PI per imporre due poli reali e coincidenti in $s = -\lambda < 0$ quando sul nastro è presente il massimo carico possibile $m_0 > 0$ (che supponiamo noto), si ha:

$$(s + \lambda)^2 = s^2 + 2\lambda s + \lambda^2 = s^2 + \frac{k_P + d}{m_0} s + \frac{k_I}{m_0} \quad \Rightarrow \quad k_I = m_0 \lambda^2, \quad k_P = -d + 2m_0 \lambda.$$

Se, in presenza di un manufatto molto più leggero sul nastro, la massa totale in movimento si dimezza ($m = 0.5 m_0$), i due poli ad anello chiuso diventano le radici di

$$ms^2 + (k_P + d)s + k_I = 0.5 m_0 s^2 + 2m_0 \lambda s + m_0 \lambda^2 = 0,$$

ossia

$$s_{1,2} = -\lambda \pm \sqrt{\lambda^2 - 0.5\lambda^2} = -\lambda \left(1 \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \begin{cases} -1.707 \lambda \\ -0.293 \lambda \end{cases}$$

con un 70% circa di variazione relativa, ma senza perdita di stabilità.
