Sapienza Università di Roma

Unità Didattica Sistemi Digitali di Controllo

Prova Scritta del 15 Settembre 2008

1. Dato un D/A bipolare a 4 bit con $V_{ref} = 10$ V, determinare l'uscita corrispondente alla parola 1100.
2. Si consideri il sistema retroazionato a tempo discreto rappresentato in Fig. 1 ove

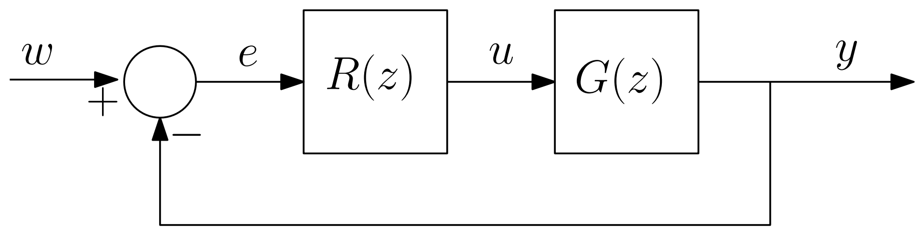

Figura 1: Sistema retroazionato a tempo discreto

$$G(z) = \frac{z}{(z+\frac{1}{2})(z+2)} \; .$$

Progettare $R(z)$ in modo in modo che l'errore corrispondente al riferimento $w(k) = (-1)^k \mathrm{sca}^*(k)$ sia nullo a regime permanente.

Proposta di soluzione

1. L'uscita del D/A è data da

$$V_{out} = V_{ref}(b_1 2^{-1} + b_2 2^{-2} + b_3 2^{-3} + b_4 2^{-4}) - \frac{V_{ref}}{2} = 2,5 \text{ V} .$$

2. Notare che $w(k) = \cos(\pi k)\text{sca}^*(k)$. Pertanto per soddisfare la specifica, la funzione d'anello dovrà avere un polo in $z = e^{j\pi} = -1$. Consideriamo allora il processo "allargato"

$$\tilde{G}(z) = \frac{z}{z+1} G^*(z) = \frac{z^2}{(z+\frac{1}{2})(z+2)(z+1)} ,$$

e determiniamo una $\tilde{R}(z)$ tale che gli autovalori del sistema retroazionato siano tutti interni al cerchio unitario. Essendo il grado del denominatore di $\tilde{G}(z)$ pari a 3, ciò si può ottenere con una $\tilde{R}(z)$ con grado del numeratore e del denominatore pari a 2. Per semplificare i calcoli, poniamo

$$\tilde{R}(z) = \frac{(z+\frac{1}{2})(q_1 z + q_0)}{z^2} ,$$

e determiniamo q_1 e q_0 imponendo che

$$(z+1)(z+2) + q_1 z + q_0 = z^2 . \tag{1}$$

Applicando il principio di identità dei polinomi si trova che

$$\begin{aligned} q_0 &= -2 \\ q_1 &= -3 . \end{aligned}$$

Pertanto

$$R^*(z) = \frac{z}{z+1}\tilde{R}(z) = -\frac{(z+\frac{1}{2})(3z+2)}{z(z+1)} . \tag{2}$$