Sapienza Università di Roma

Unità Didattica Sistemi Digitali di Controllo

Prova Scritta del 18 Febbraio 2008

1. Si consideri il sistema digitale di controllo rappresentato in Fig. 1 in cui il periodo di campionamento

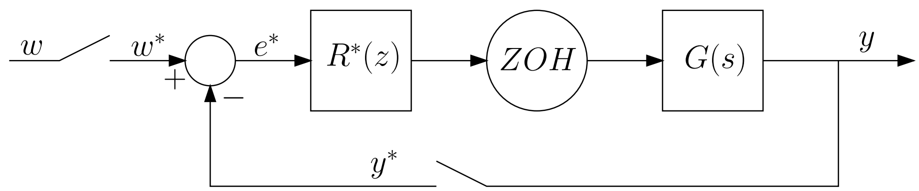

Figura 1: Sistema digitale di controllo

e' pari ad 1 e

$$G(s) = \frac{1}{s - \ln 2} \ .$$

Progettare $R^*(z)$ in modo da soddisfare le seguenti specifiche:

(a) l'errore e^* corrispondente ad un riferimento a scalino sia nullo a regime permanente;

(b) il corrispondente sistema di controllo tempo discreto sia FIR.

2. Dato un A/D bipolare a 4 bit con $V_{ref} = 10$ V, determinare l'uscita corrispondente a $V_{in} = -3$ V.

Proposta di soluzione

1. Al fine del soddisfacimento delle specifiche è sufficente considerare il sistema di controllo a tempo discreto di Fig. 2.

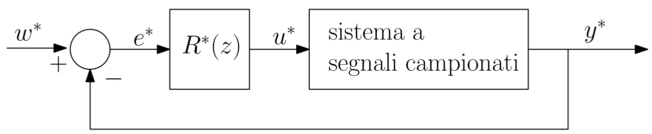

Figura 2: Sistema di controllo a tempo discreto

La funzione di trasferimento $G^*(z)$ del sistema a segnali campionati può essere calcolata usando la apposita procedura e si ottiene

$$\begin{aligned}
Y(s) &= \frac{1}{s(s-\ln 2)} = \frac{1}{\ln 2}\left(\frac{1}{s-\ln 2} - \frac{1}{s}\right) \\
y^*(k) &= \frac{1}{\ln 2}(e^{(\ln 2)k} - 1)\mathrm{sca}^*(k) = \frac{1}{\ln 2}(2^k - 1)\mathrm{sca}^*(k) \\
Y^*(z) &= \frac{1}{\ln 2}\left(\frac{z}{z-2} - \frac{z}{z-1}\right) \\
G^*(z) &= Y^*(z)\frac{z-1}{z} = \frac{1}{(\ln 2)(z-2)} \; .
\end{aligned}$$

Dalla teoria si ricava che il sistema a segnali campionati è di ordine 1; visto che $G^*(z)$ possiede 1 polo, ne segue che il sistema a segnali campionati è raggiungibile ed osservabile.

Per soddisfare la specifica sulla precisione a regime permanente consideriamo il processo "allargato"

$$\tilde{G}(z) = \frac{z}{z-1}G^*(z) = \frac{z}{(\ln 2)(z-1)(z-2)} \; ,$$

e determiniamo una $\tilde{R}(z)$ tale che gli autovalori del sistema retroazionato siano tutti interni al cerchio unitario. Essendo il grado del denominatore di $\tilde{G}(z)$ pari a 2, ciò si può ottenere con una $\tilde{R}(z)$ con grado del numeratore e del denominatore pari a 1.

Per semplificare i calcoli, poniamo

$$\tilde{R}(z) = \frac{(\ln 2)(q_1 z + q_0)}{z}$$

e determiniamo q_1 e q_0 imponendo che

$$z^2 - 3z + 2 + q_1 z + q_0 = z^2 \; .$$

da cui segue che

$$\begin{aligned}
q_1 &= 3 \\
q_0 &= -2 \; .
\end{aligned}$$

Pertanto

$$R^*(z) = \frac{z}{z-1}\tilde{R}(z) = \frac{(\ln 2)(3z-2)}{z-1} \; .$$

2. Si tratta di determinare la rappresentazione binaria troncata a quattro bit di

$$\frac{V_{in} + \frac{V_{ref}}{2}}{V_{ref}} = 0,2 \ .$$

Utilizzando il metodo delle moltiplicazioni successive si ottiene

$$\begin{array}{ccccccc} 2 \cdot 0,2 & = & 0,4 & < & 1 & \Rightarrow & b_1 = 0 \\ 2 \cdot 0,4 & = & 0,8 & < & 1 & \Rightarrow & b_2 = 0 \\ 2 \cdot 0,8 & = & 1,6 & > & 1 & \Rightarrow & b_3 = 1 \\ 2 \cdot 0,6 & = & 1,2 & > & 1 & \Rightarrow & b_4 = 1 \ . \end{array}$$

Pertanto l'uscita dello A/D è data dalla parola 0011.