

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

**Sapienza Università di Roma**  
**Unità Didattica Sistemi Digitali di Controllo**

**Prova Scritta del 22 Settembre 2009**

1. Dato un D/A bipolare a 4 bit con  $V_{ref} = 8$  V, determinare l'uscita corrispondente alla parola 0110.
2. Si consideri il sistema digitale di controllo rappresentato in Fig. 1 in cui

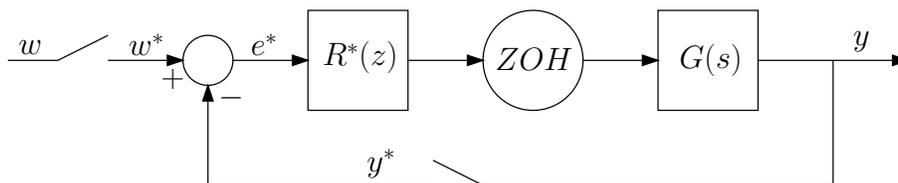


Figura 1: Sistema digitale di controllo

$$R^*(z) = \mu > 0$$

e

$$G(s) = \frac{1}{s}.$$

Si mostri che per qualsiasi valore del periodo di campionamento utilizzato esiste un valore massimo di  $\mu$  oltre il quale il sistema retroazionato a tempo discreto equivalente al sistema di Fig. 1 diventa instabile.

## Proposta di soluzione

1. L'uscita del D/A è data da

$$V_{out} = V_{ref}(b_1 2^{-1} + b_2 2^{-2} + b_3 2^{-3} + b_4 2^{-4}) - \frac{V_{ref}}{2} = -1 \text{ V} .$$

2. In Fig. 2 è rappresentato il sistema di controllo a tempo discreto equivalente al sistema digitale di controllo dato

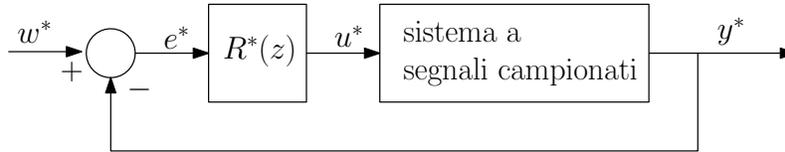


Figura 2: Sistema di controllo a tempo discreto

dove

$$R^*(z) = \mu > 0 .$$

Indicando con  $T$  il periodo di campionamento, la funzione di trasferimento  $G^*(z)$  del sistema a segnali campionati può essere calcolata usando la apposita procedura e si ottiene

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{1}{s^2} \\ y^*(k) &= y(kT) = kT \text{sca}^*(k) \\ Y^*(z) &= \frac{Tz}{(z-1)^2} \\ G^*(z) &= Y^*(z) \frac{z-1}{z} = \frac{T}{z-1} . \end{aligned}$$

Notare che poichè il processo possiede un solo autovalore, dalla teoria si ricava che il sistema a segnali campionati è raggiungibile ed osservabile. Quindi il polinomio caratteristico del sistema in Fig. 2 è dato da

$$z - 1 + T\mu$$

e l'autovalore del sistema è pari a

$$1 - T\mu .$$

Ne segue che il sistema in Fig. 2 è instabile se e solo se

$$1 - T\mu < -1 \text{ o } 1 - T\mu > 1 .$$

Tenendo conto che  $\mu > 0$  si ha che il sistema è instabile se e solo se

$$\mu > \frac{2}{T} .$$