Corso di Robotica 1

Cinematica dei robot

Prof. Alessandro De Luca

DIPARTIMENTO DI INFORMATICA
E SISTEMISTICA ANTONIO RUBERTI

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Cinematica dei robot manipolatori

- “Studio degli aspetti geometrici e temporali del moto delle strutture robotiche, senza riferimento alle cause che lo provocano”

- Robot visto come

  “catena cinematica (aperta) di corpi rigidi connessi da giunti (prismatici o rotanti)”

Motivazioni

- specifiche funzionali
  - determinazione dello spazio di lavoro (workspace)
  - calibrazione
- specifiche operative

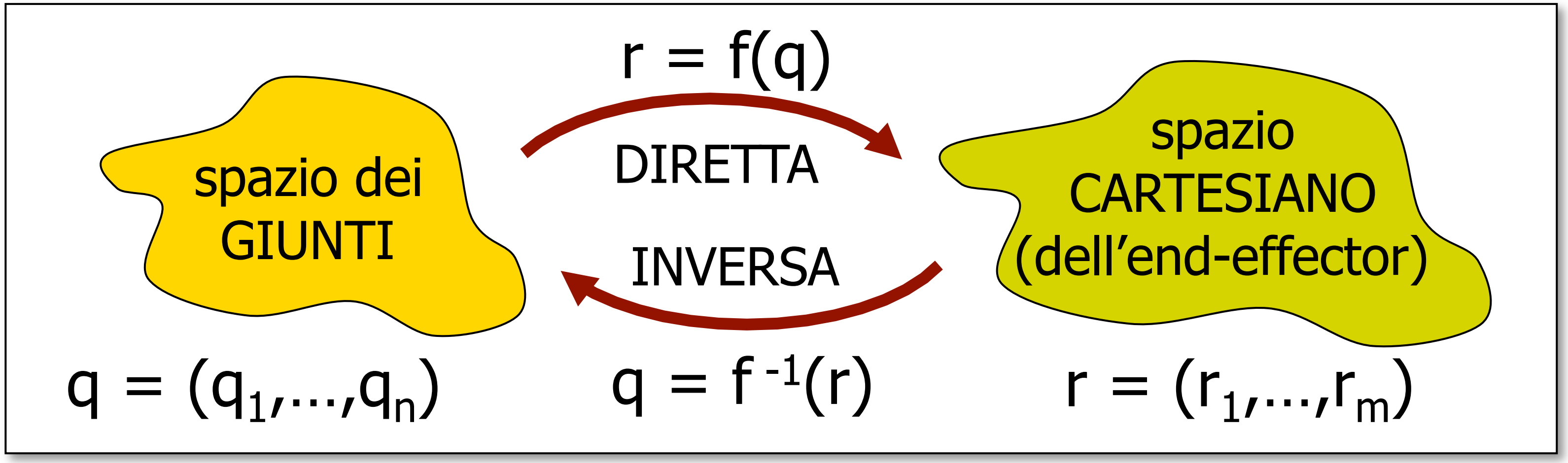
modalità di esecuzione (attuazione) del compito

definizione del compito e sua valutazione

in due "spazi" diversi connessi da legami cinematici/dinamici

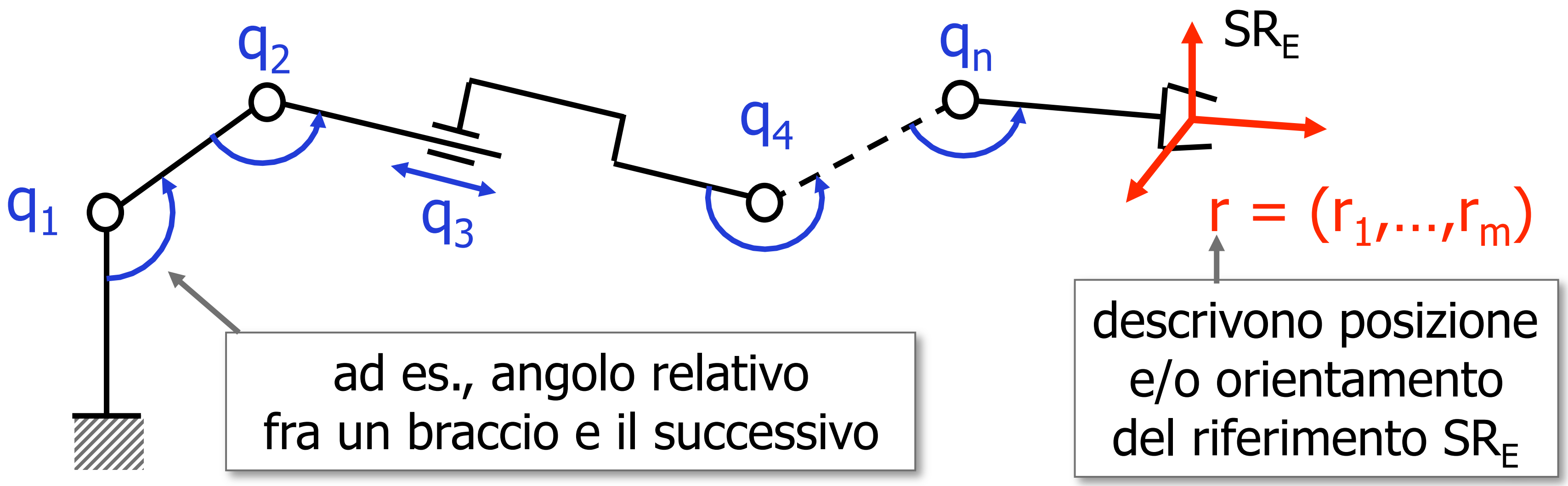
  - pianificazione delle traiettorie
  - programmazione
  - schemi di controllo

Cinematica:
formulazione e parametrizzazione



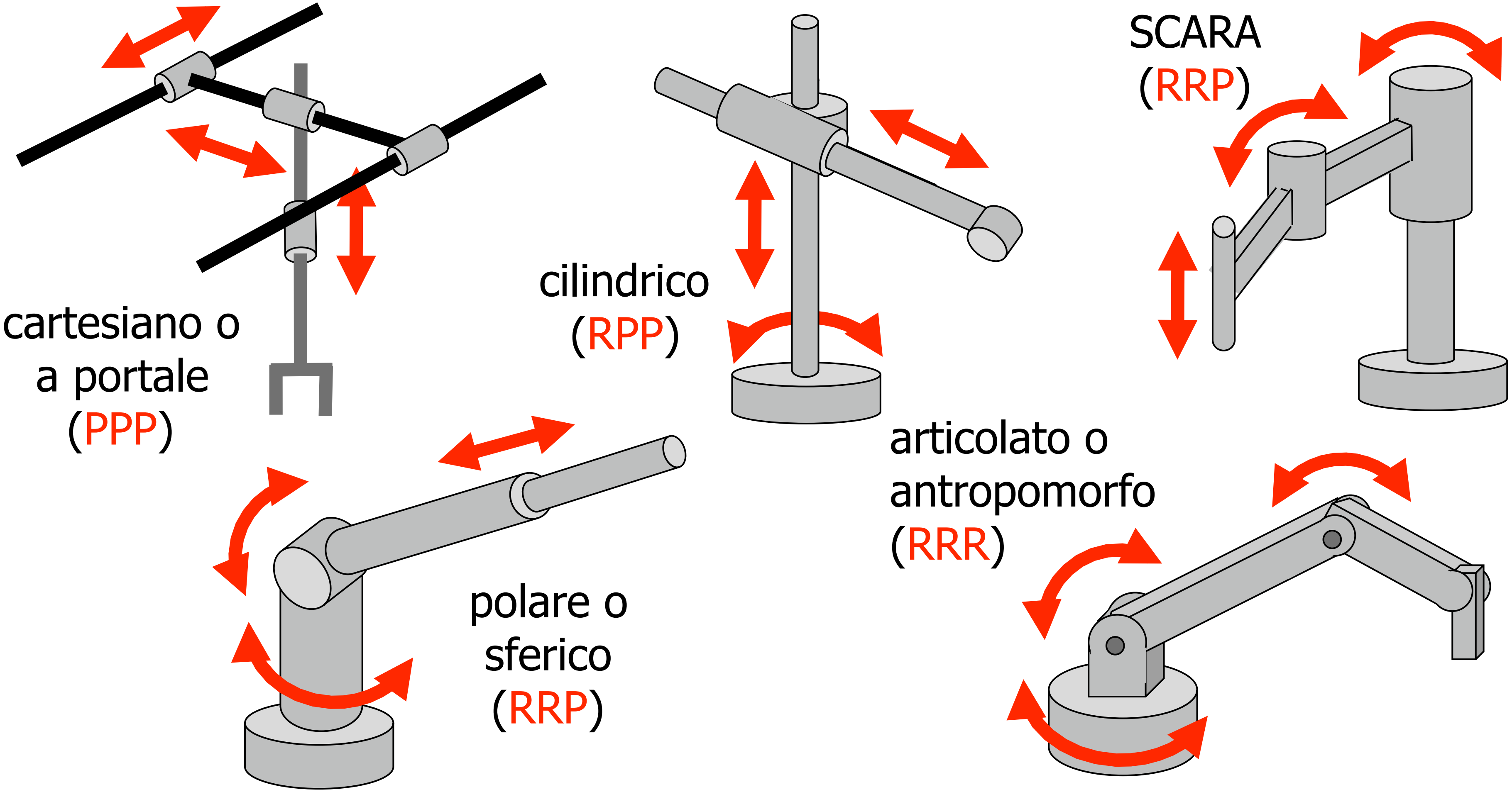
- scelta della parametrizzazione q
  - caratterizza in modo univoco e minimale la particolare configurazione del robot
  - n = # gradi di libertà (dof) = # giunti (rotatori o traslatori) del robot
- scelta della parametrizzazione r
  - caratterizza in modo compatto le componenti di posizione e/o orientamento di interesse per il compito (task)
  - $m \leq 6$, e solitamente $m \leq n$ (ma non è necessario)

Catene cinematiche aperte



- $m = 2$
  - puntamento nello spazio
  - posizionamento nel piano
- $m = 3$
  - orientamento nello spazio
  - posizionamento e orientamento nel piano

Classificazione tipi cinematici
(primi 3 gradi di libertà)



P = giunto ad 1 dof prismatico (traslatorio)
R = giunto ad 1 dof rotatorio

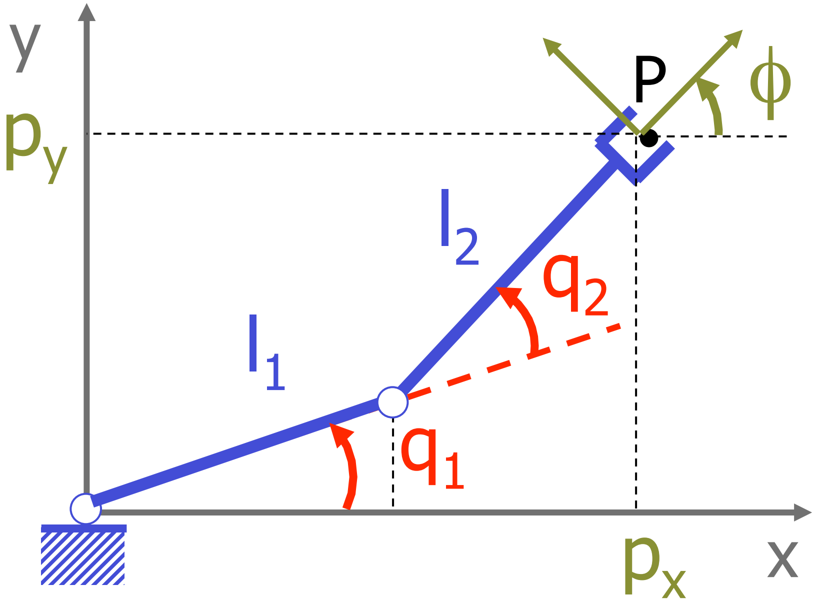
Cinematica diretta

- La struttura della funzione cinematica diretta dipende dalla scelta di r

$$r = f_r(q)$$

- Metodi per ricavare $f_r(q)$
  - geometrico/per ispezione
  - sistematico: assegnando SR solidali con i bracci del robot e usando matrici di trasformazione omogenea

Esempio: cinematica diretta 2R



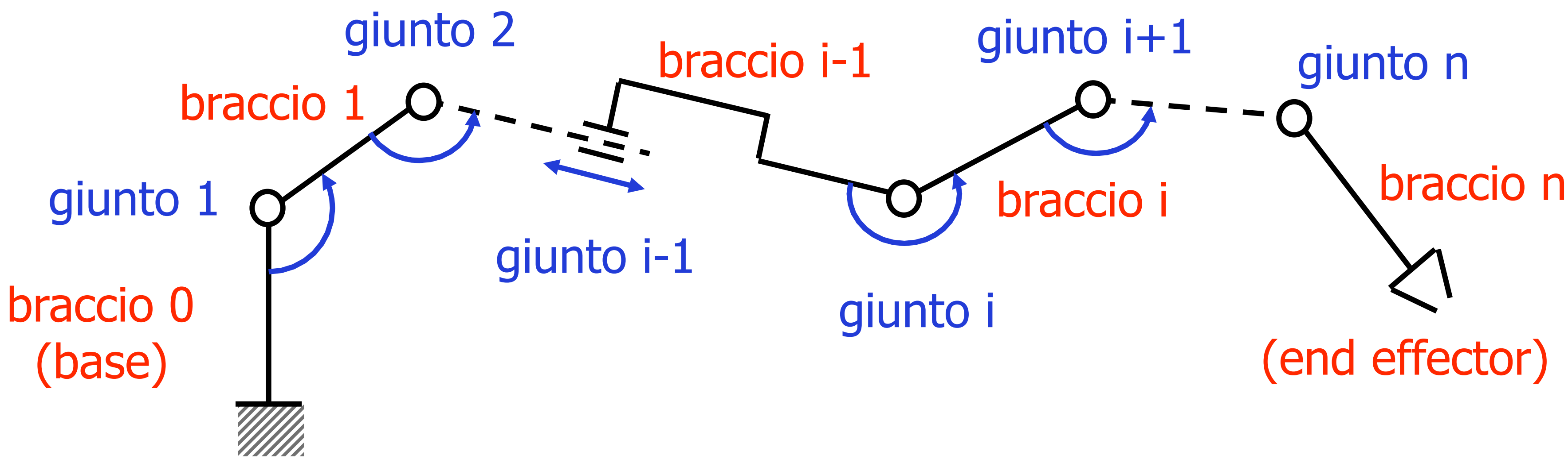
$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \qquad n = 2$$

$$r = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ \phi \end{bmatrix} \qquad m = 3$$

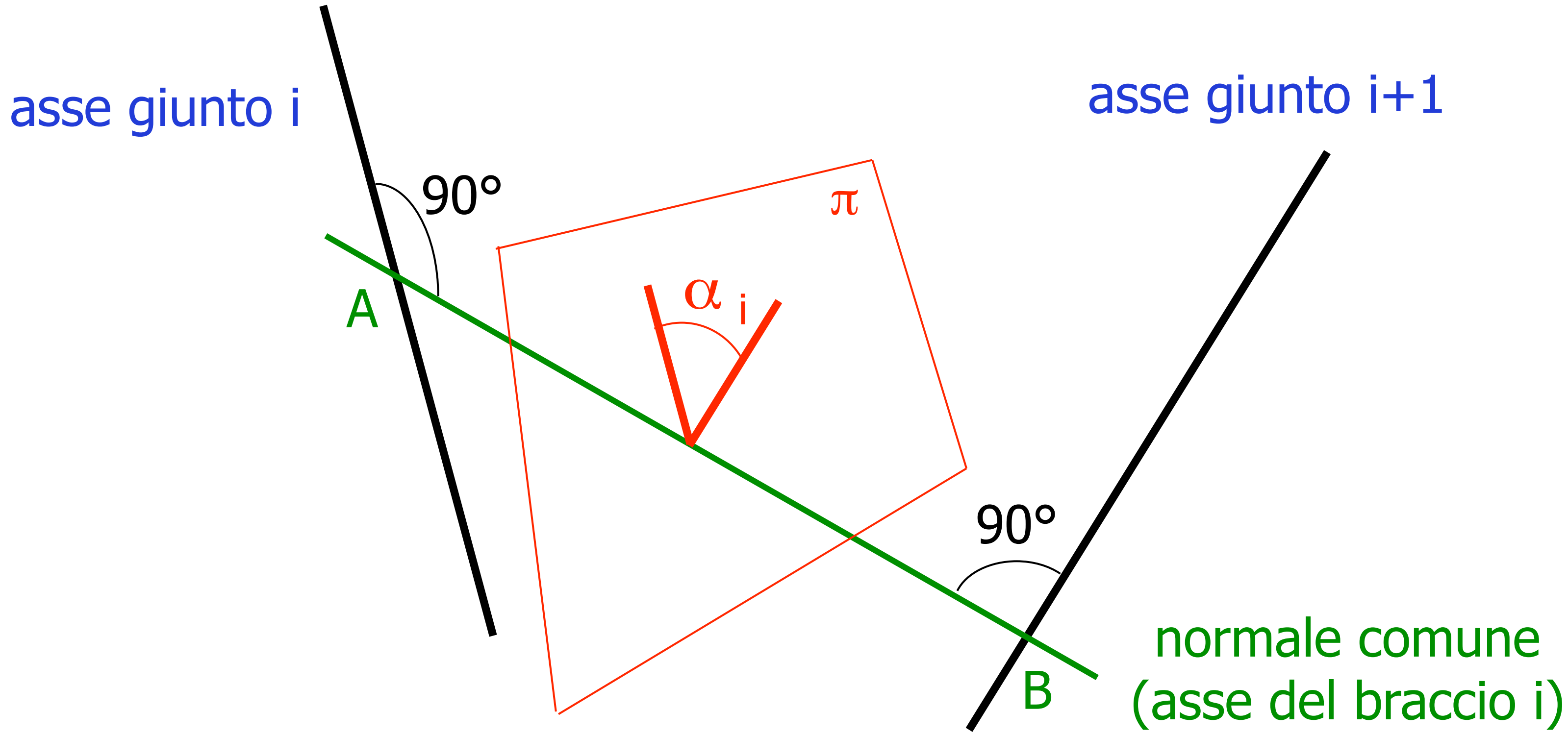
$$p_x = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1+q_2)$$
$$p_y = l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1+q_2)$$
$$\phi = q_1 + q_2$$

in casi più generali occorre un “metodo”!

Numerazione bracci/giunti



Relazioni tra assi di giunto

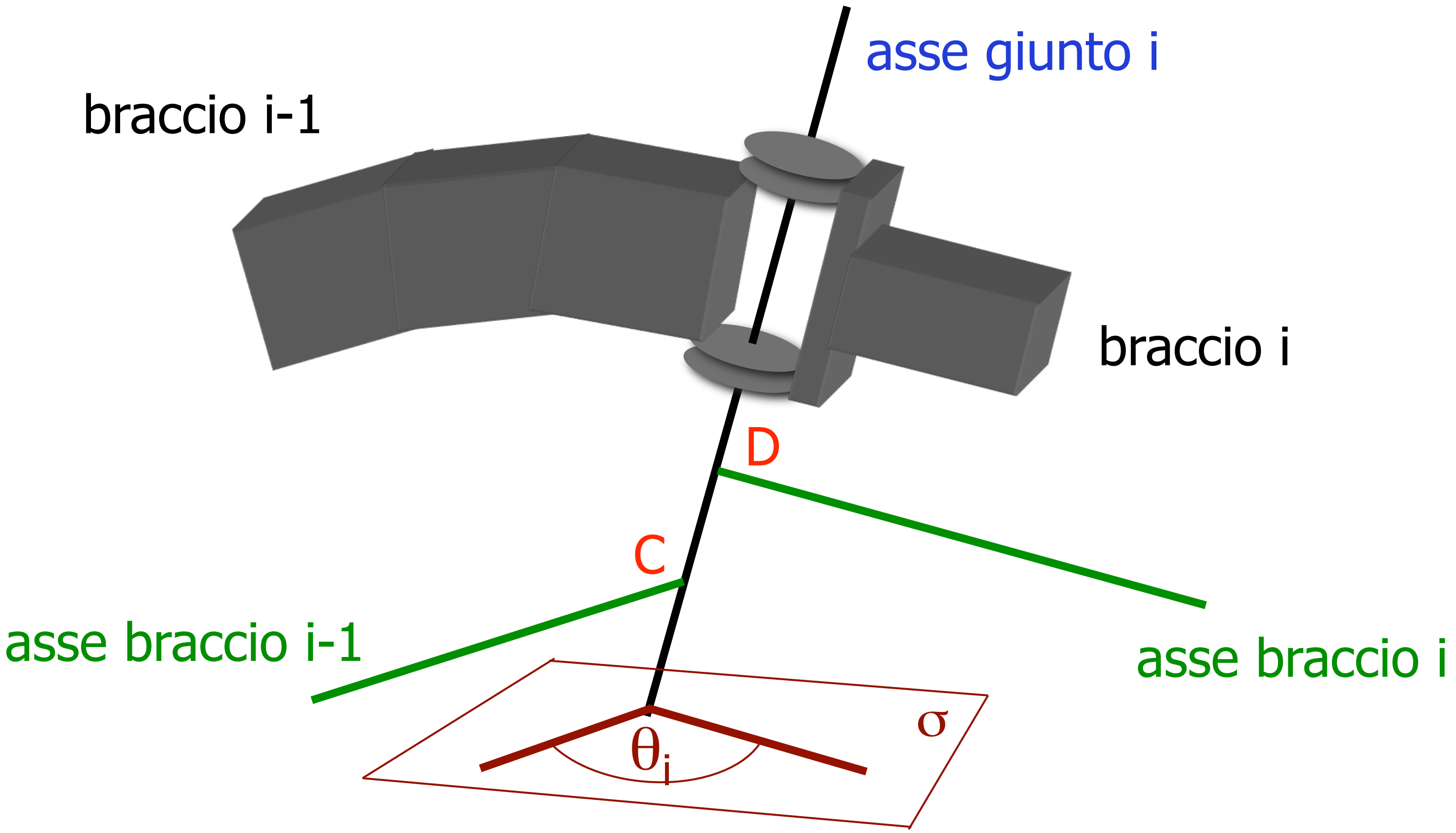


a_i = distanza AB (sempre univocamente definita)

α_i = angolo di twist tra gli assi di giunto [proiettati sul piano π normale all'asse di braccio]

con segno (pos/neg)!

Relazioni tra assi di braccio

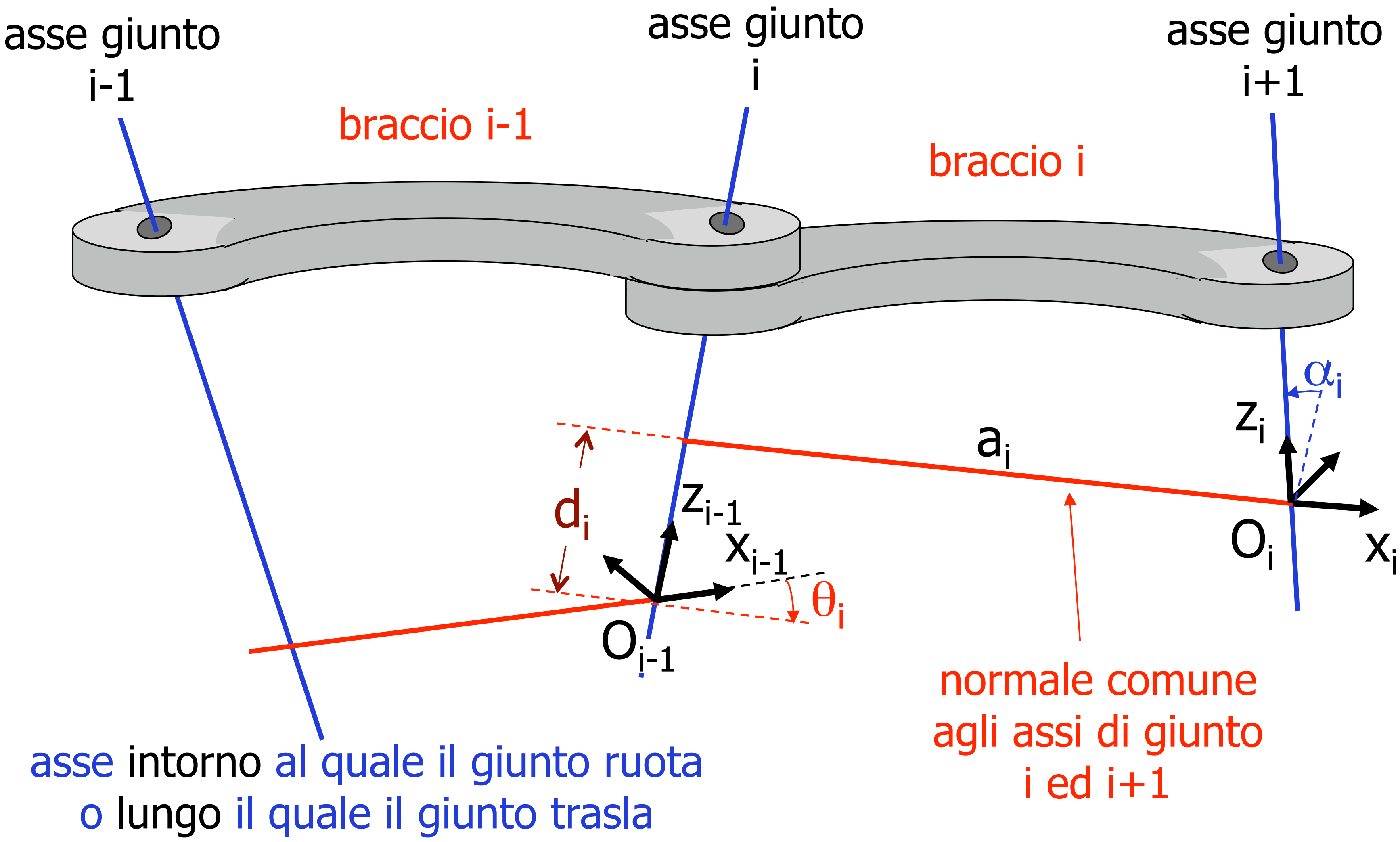


d_i = CD (distanza variabile se giunto i è prismatico)

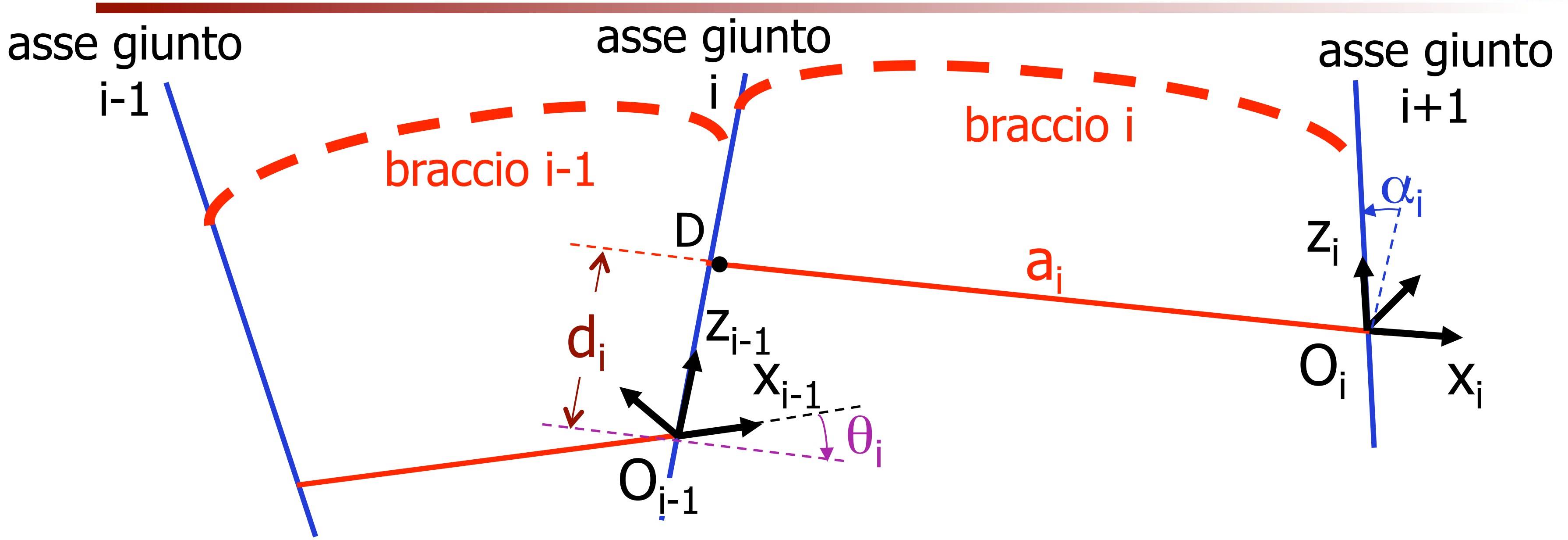
θ_i = angolo (variabile se giunto i è rotatorio) tra gli assi dei bracci [proiettati sul piano σ normale all'asse di giunto]

con segno (pos/neg)!

Assegnazione SR secondo Denavit-Hartenberg



Parametri di Denavit-Hartenberg



- asse z_i lungo l'asse di giunto i+1
- asse x_i lungo la normale comune agli assi di giunto i e i+1 (verso: i → i+1)
- a_i = distanza DO_i orientata con x_i (costante = "lunghezza" braccio i)
- d_i = distanza $O_{i-1}D$ orientata con z_{i-1} (variabile se giunto i PRISMATICO)
- α_i = angolo di twist tra z_{i-1} e z_i intorno a x_i (costante)
- θ_i = angolo tra x_{i-1} e x_i intorno a z_{i-i} (variabile se giunto i ROTATORIO)

Ambiguità nella definizione dei SR

- per SR_0: origine e asse x_0 sono arbitrari
- per SR_n: l'asse z_n non è determinato (ma x_n deve essere incidente e ortogonale a z_{n-1})
- quando z_{i-1} e z_i sono paralleli, la normale comune non è univocamente determinata (O_i può essere scelto arbitrariamente su z_i)
- quando z_{i-1} e z_i sono incidenti, il verso di x_i è arbitrario (spesso però $x_i = z_{i-1} \times z_i$)

Trasformazione omogenea da SR_{i-1} a SR_i

- rototraslazione intorno e lungo z_{i-1}

$$
{}^{i-1}A_{i'}(q_i) = \left[\begin{array}{ccc|c} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & 0 \\ s\theta_i & c\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccc|c} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & 0 \\ s\theta_i & c\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]
$$

giunto rotatorio $\Rightarrow$ $q_i = \theta_i$ | giunto prismatico $\Rightarrow$ $q_i = d_i$

- rototraslazione intorno e lungo x_i

$$
{}^{i'}A_i = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & c\alpha_i & -s\alpha_i & 0 \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \longleftarrow \text{costante nel tempo}
$$

Matrice di Denavit-Hartenberg

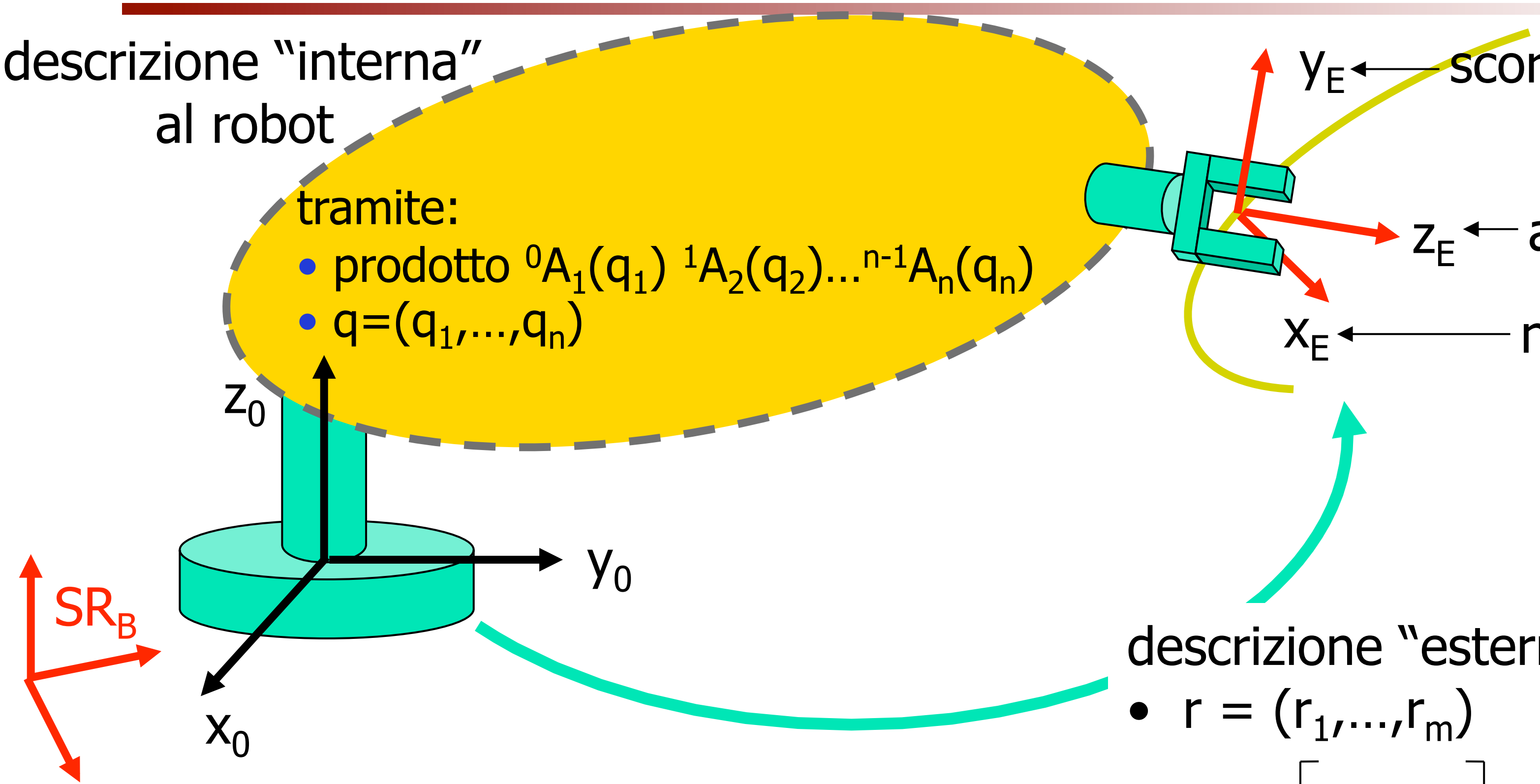
$$
{}^{i-1}A_i\,(q_i) = {}^{i-1}A_{i'}\,(q_i)\;{}^{i'}A_i = \left[\begin{array}{ccc:c} c\theta_i & -c\alpha_i\, s\theta_i & s\alpha_i\, s\theta_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\alpha_i\, c\theta_i & -s\alpha_i\, c\theta_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]
$$

notazione compatta: c = cos, s = sin

Cinematica diretta di manipolatori

descrizione "interna" al robot

tramite:
- prodotto ${}^{0}A_1(q_1)\ {}^{1}A_2(q_2)\ldots{}^{n-1}A_n(q_n)$
- $q=(q_1,\ldots,q_n)$

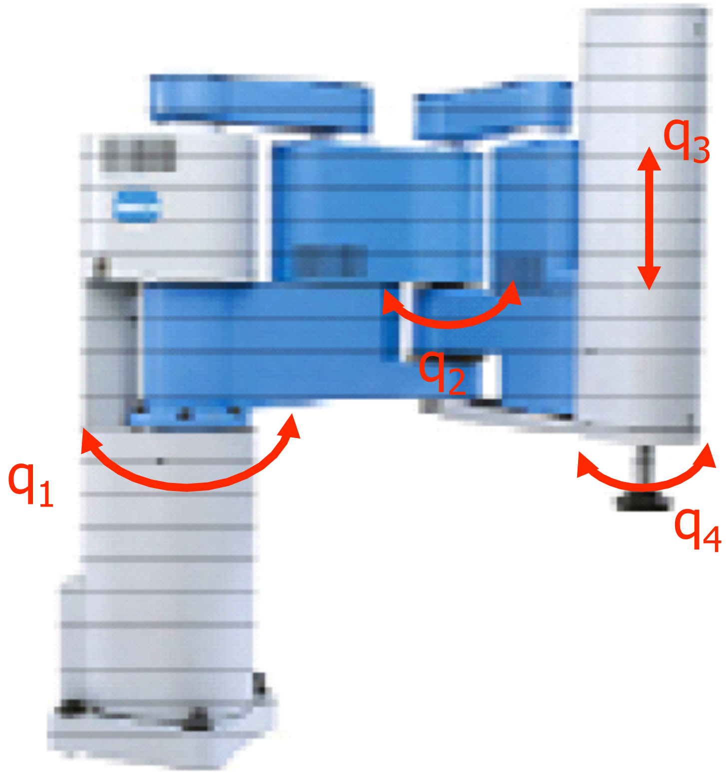


descrizione "esterna" tramite
- $r = (r_1,\ldots,r_m)$
- $${}^{B}T_E = \left[\begin{array}{c:c} R & p \\ \hdashline 000 & 1 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c:c} n\ s\ a & p \\ \hdashline 0\ 0\ 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\left.\begin{array}{l} {}^{B}T_E = {}^{B}T_0\ {}^{0}A_1(q_1)\ {}^{1}A_2(q_2)\ \ldots{}^{n-1}A_n(q_n)\ {}^{n}T_E \\ \\ r = f_r(q) \end{array}\right\}$$

descrizioni alternative della cinematica diretta

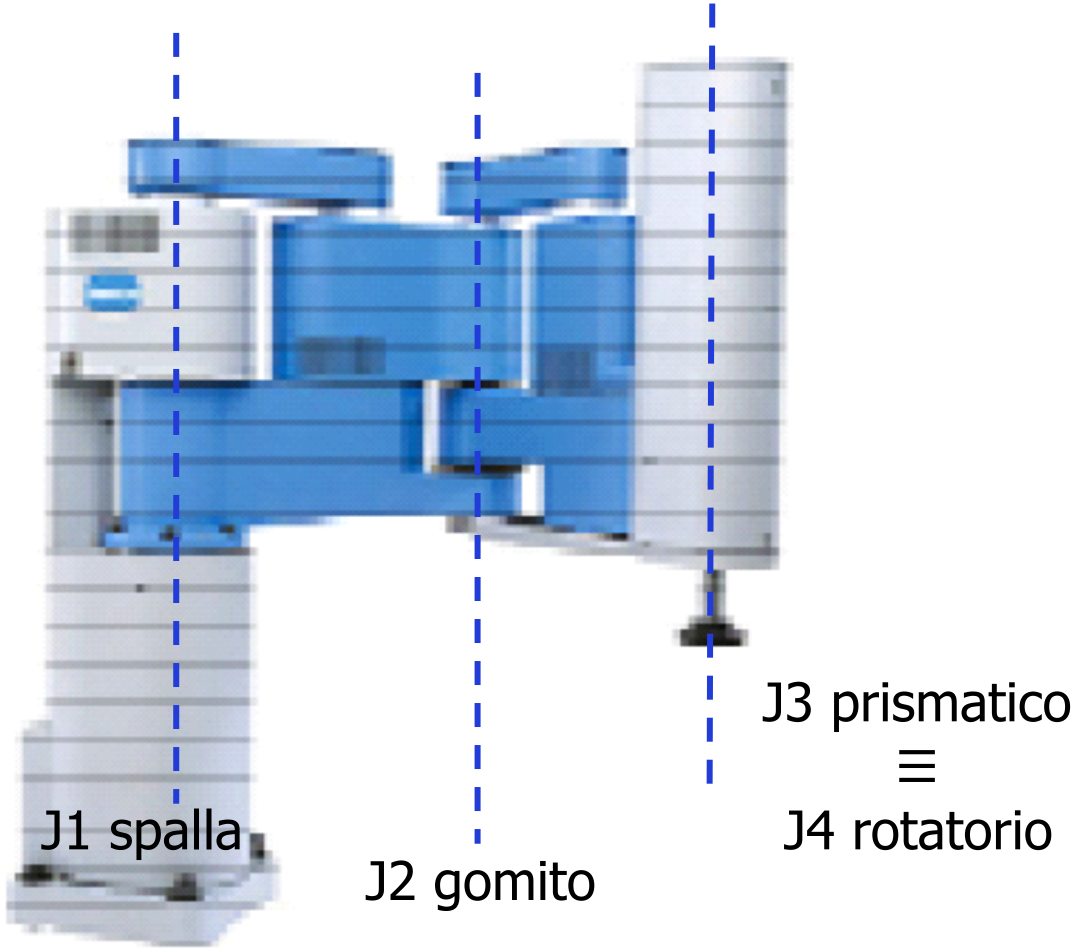
Esempio: robot SCARA



Passo 1: assi di giunto

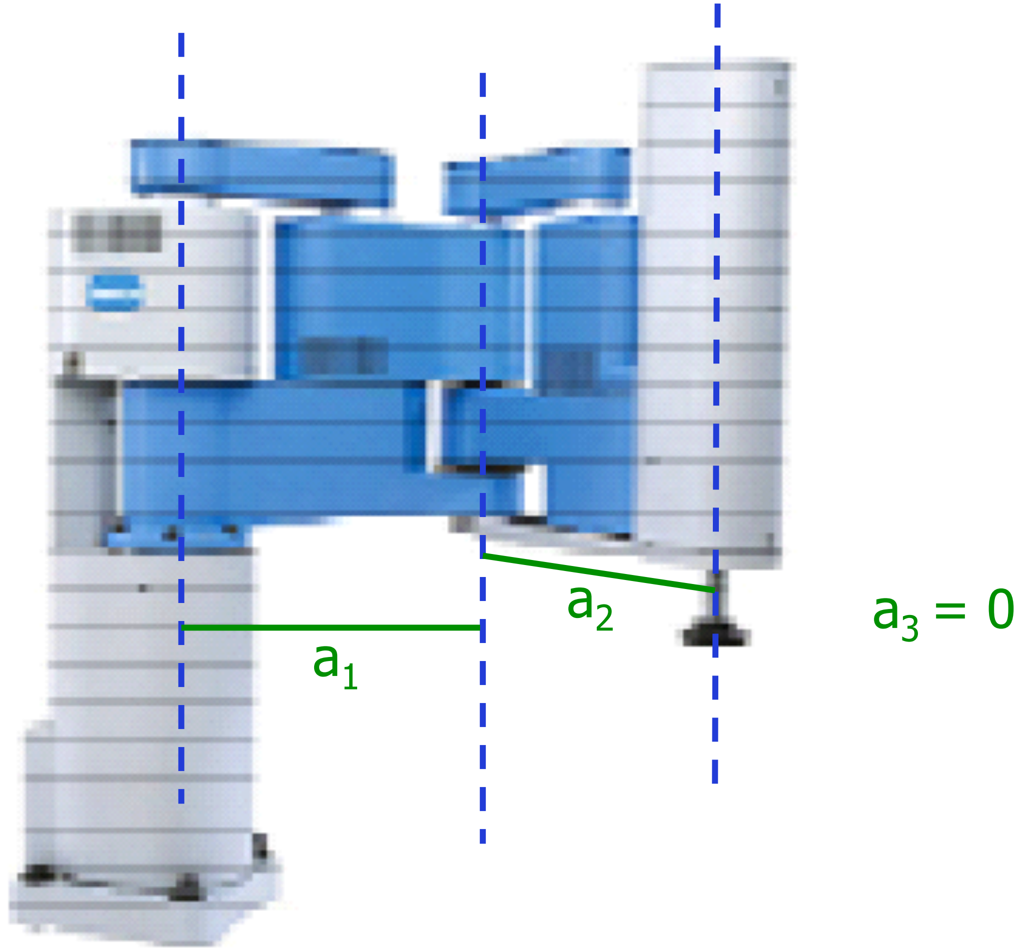
tutti paralleli
(o coincidenti)

twists $\alpha_i = 0$
oppure π



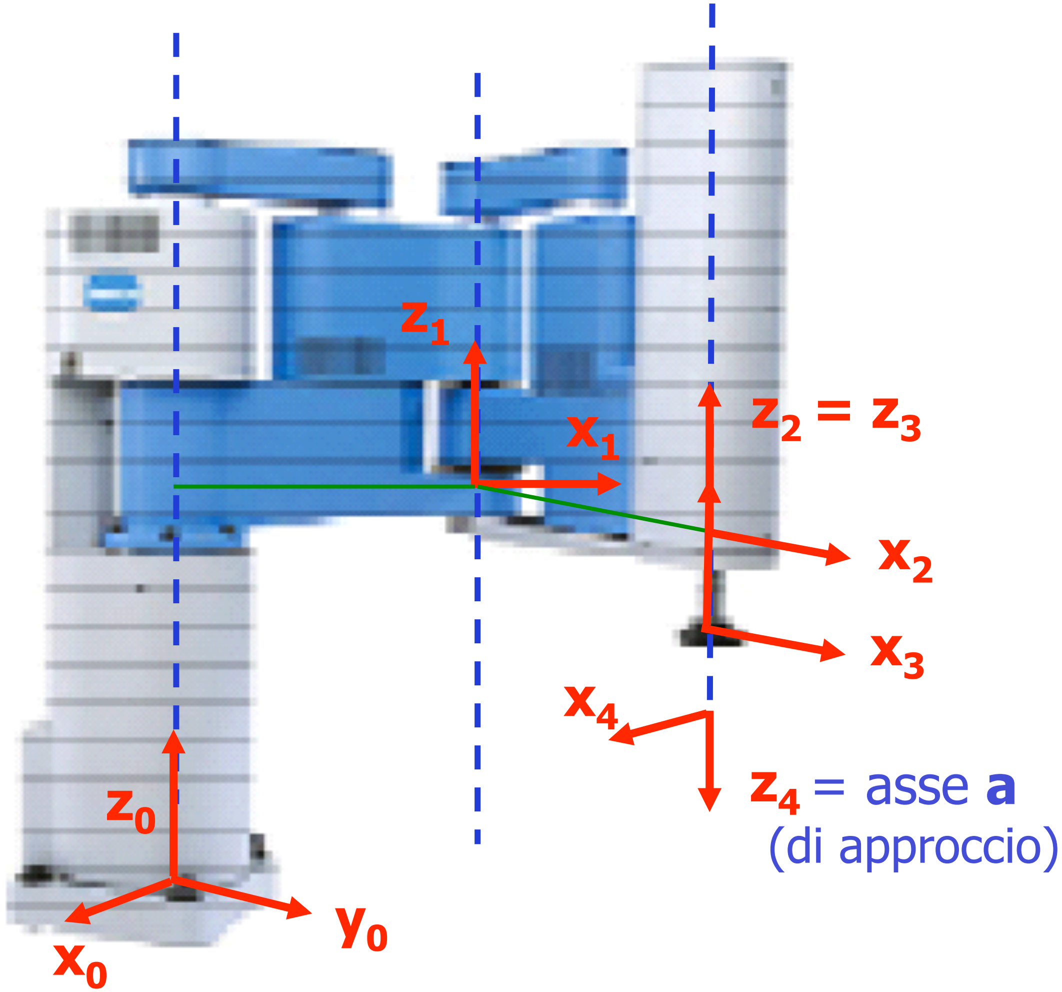
Passo 2: assi di braccio

le "quote" verticali degli assi dei bracci sono (per ora) arbitrarie

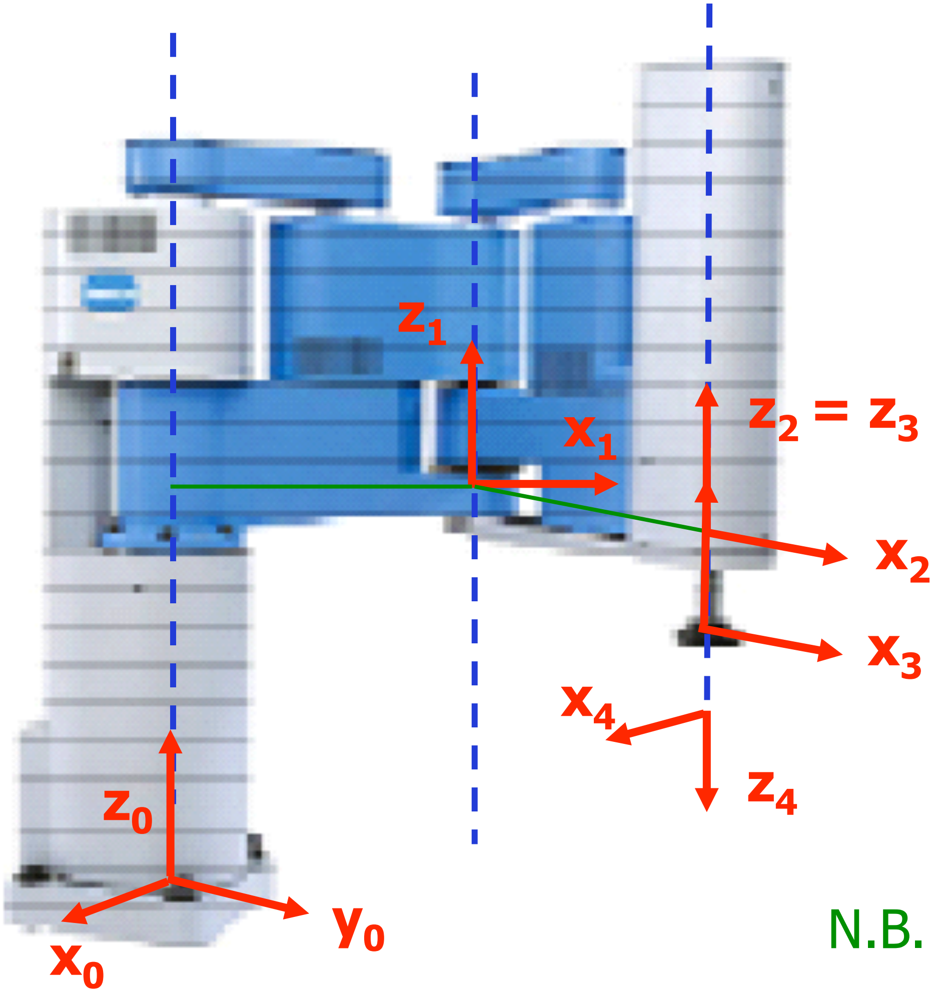


Passo 3: terne

assi $\mathbf{y_i}$ non riportati (non servono; completano terne destre)



Passo 4: tabella di DH



i	α_i	a_i	d_i	θ_i
1	0	a_1	d_1	q_1
2	0	a_2	0	q_2
3	0	0	q_3	0
4	π	0	d_4	q_4

N.B. d_1 e d_4 si potevano scegliere = 0 !
inoltre qui $d_4 < 0$!!

Passo 5: calcolo trasformazioni

$$^0A_1(q_1)=\begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & a_1c\theta_1 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & a_1s\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$^1A_2(q_2)=\begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & a_2c\theta_2 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & a_2s\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$^2A_3(q_3)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$^3A_4(q_4)=\begin{bmatrix} c\theta_4 & s\theta_4 & 0 & 0 \\ s\theta_4 & -c\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$q = (q_1, q_2, q_3, q_4)$$
$$= (\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4)$$

Passo 6: cinematica diretta

$$ {}^0A_3(q_1,q_2,q_3) = \begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 & a_1c_1 + a_2c_{12} \\ s_{12} & c_{12} & 0 & a_1s_1 + a_2s_{12} \\ 0 & 0 & 1 & d_1 + q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^3A_4(q_4) = \begin{bmatrix} c_4 & s_4 & 0 & 0 \\ s_4 & -c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

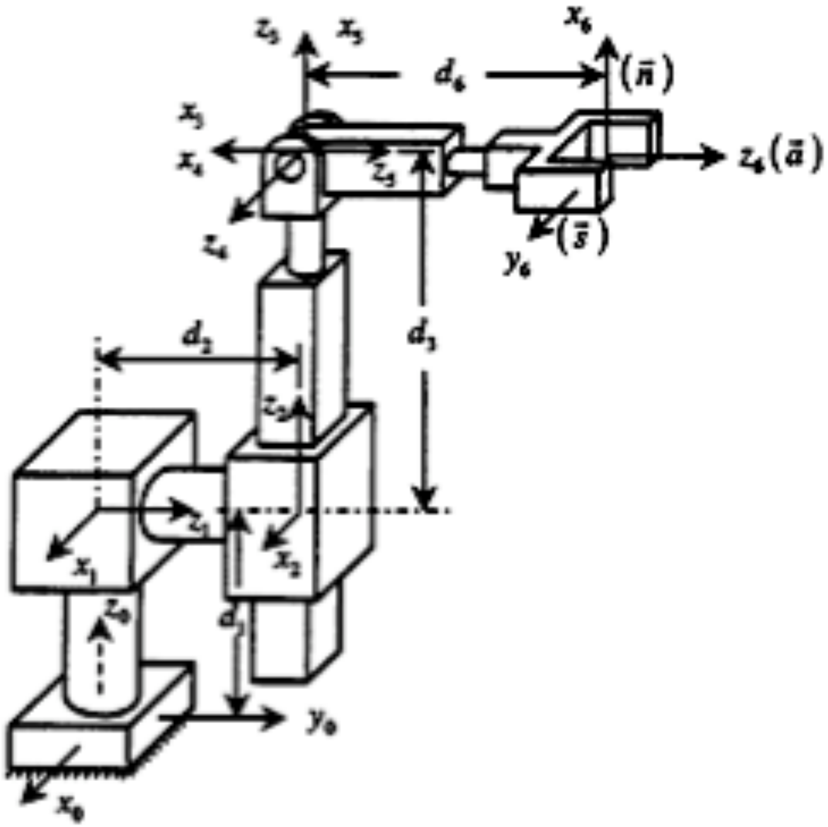
$R(q_1,q_2,q_4) = [\ n\ s\ a\ ]$

$$ {}^0A_4(q_1,q_2,q_3,q_4) = \begin{bmatrix} c_{124} & s_{124} & 0 & a_1c_1 + a_2c_{12} \\ s_{124} & -c_{124} & 0 & a_1s_1 + a_2s_{12} \\ 0 & 0 & -1 & d_1 + q_3 + d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$p = p(q_1,q_2,q_3)$

Esercizio: Stanford manipulator

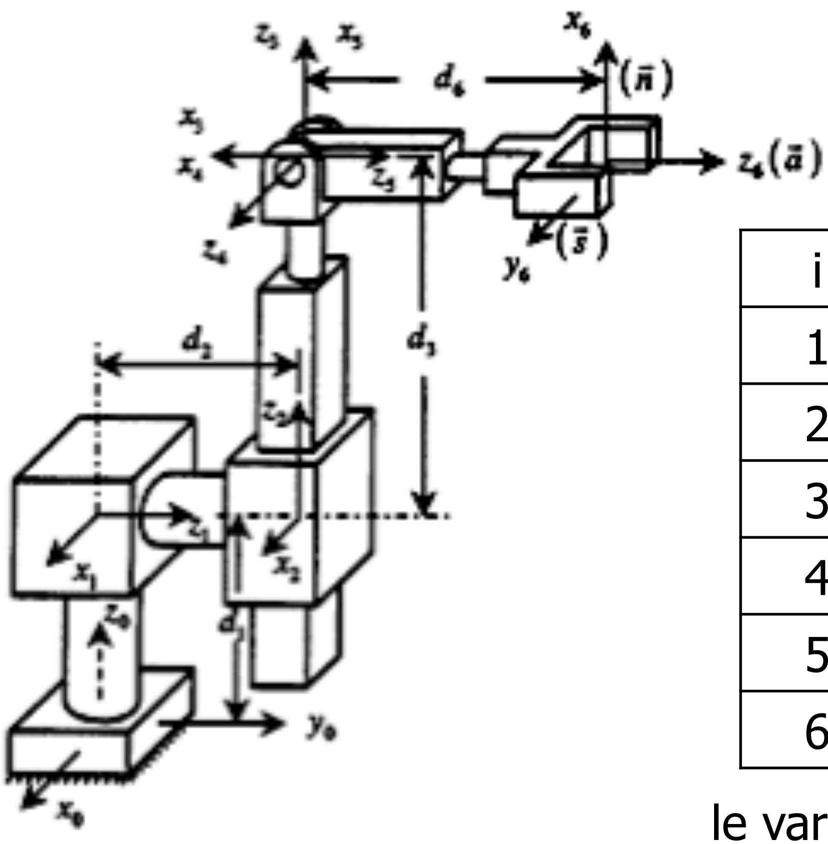
- 6 dofs: 2R-1P-3R (polso sferico)



- offset di spalla
- è mostrata "una possibile" assegnazione di terne di D-H
- determinare
  - tabella dei parametri di D-H
  - matrici di trasformazione omogenea
  - cinematica diretta
- scrivere un programma per la cinematica diretta
  - numerico (Matlab)
  - simbolico (SM toolbox Matlab, Maple, Mathematica, etc.)

Tabella di DH per lo Stanford manipulator

- 6 dofs: 2R-1P-3R (polso sferico)

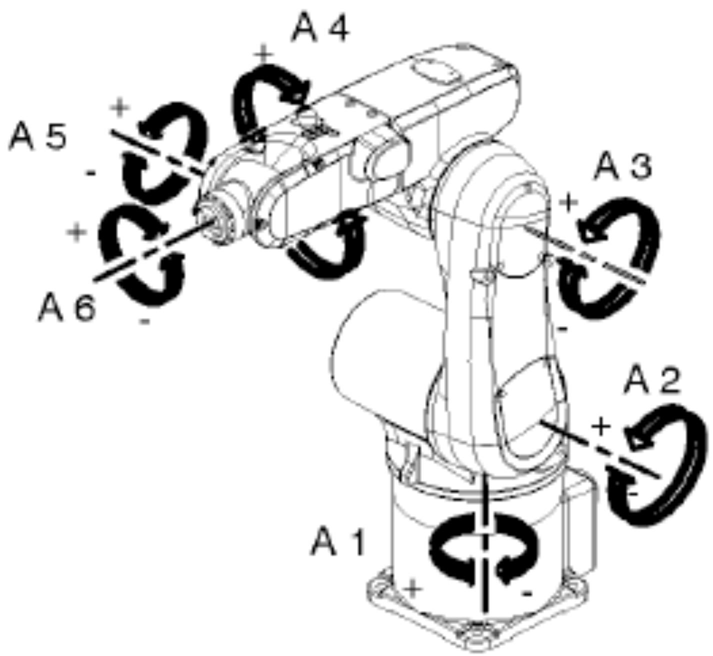


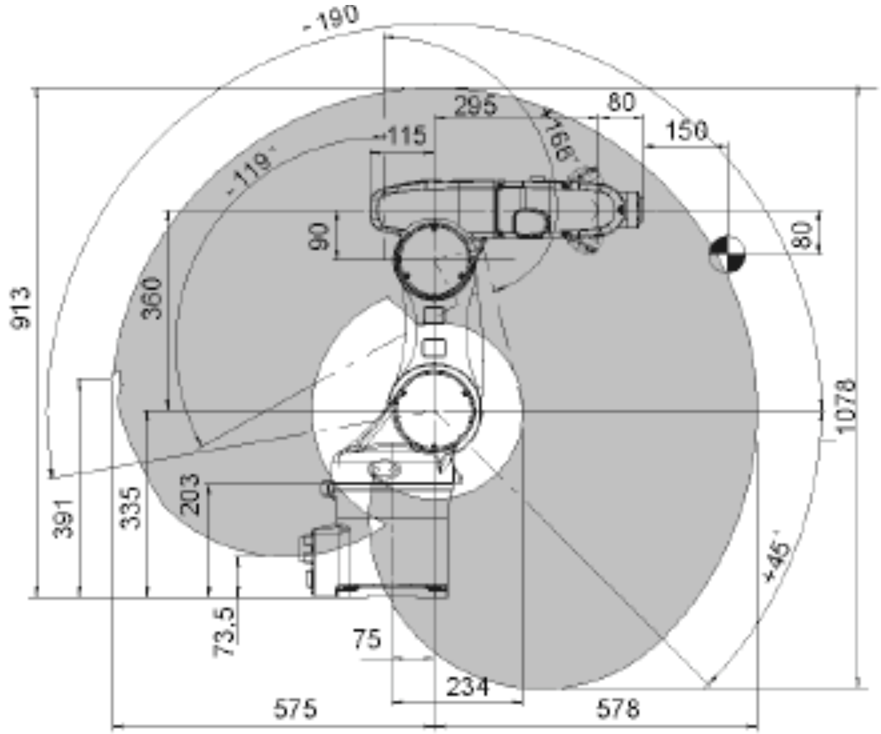
i	α_i	a_i	d_i	θ_i
1	$-\pi/2$	0	$d_1>0$	$q_1=0$
2	$\pi/2$	0	$d_2>0$	$q_2=0$
3	0	0	$q_3>0$	$-\pi/2$
4	$-\pi/2$	0	0	$q_4=0$
5	$\pi/2$	0	0	$q_5=-\pi/2$
6	0	0	$d_6>0$	$q_6=0$

le variabili di giunto sono in rosso: è il riportato
il loro valore corrente nella configurazione mostrata

Esercizio: KUKA KR5 Sixx R650

- 6R (offsets sia di spalla che di gomito, polso sferico)





- determinare
  - terne e tabella dei parametri di D-H
  - matrici di trasformazione omogenea
  - cinematica diretta

disponibile nel
Laboratorio di Robotica del DIS