Corso di Robotica 1

Controllo cinematico
Controllo dinamico di un singolo asse

Prof. Alessandro De Luca

Dipartimento di Informatica e Sistemistica Antonio Ruberti

Sapienza Università di Roma

Controllo del moto

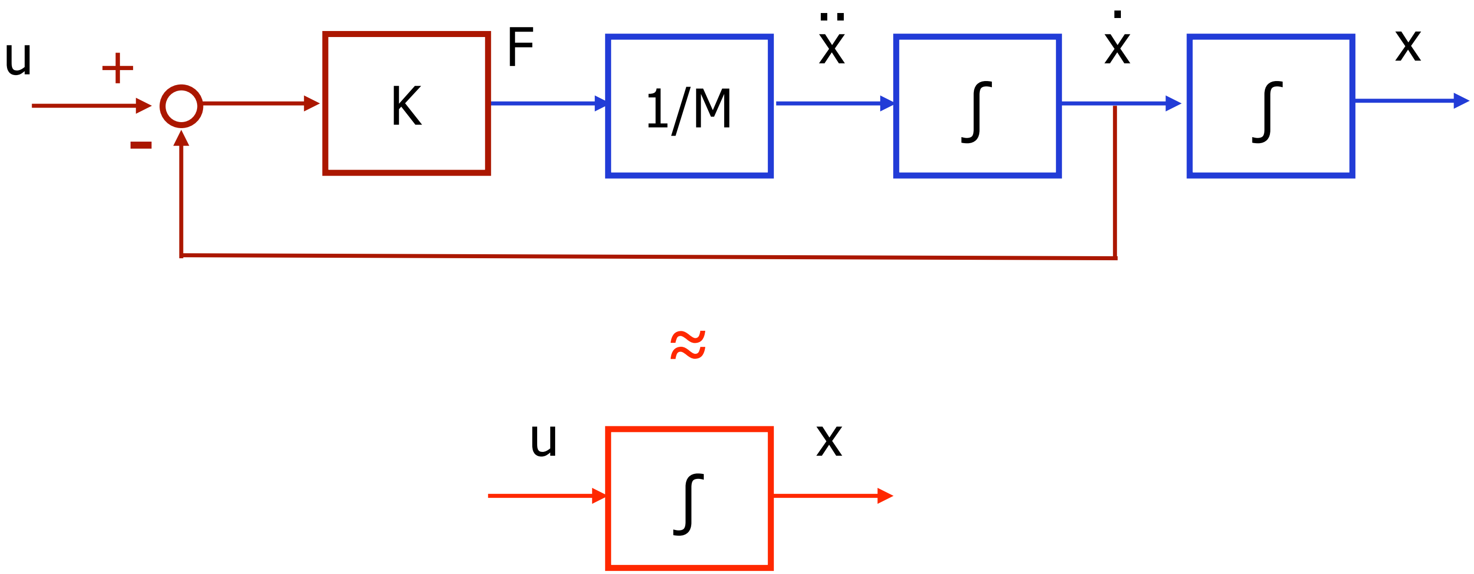
- si vuole realizzare “effettivamente” un moto desiderato …
  - regolazione di posizione (riferimento costante)
  - inseguimento di traiettoria (riferimento variabile)
- … nonostante la presenza di
  - disturbi
  - perturbazioni e incertezze sui parametri del robot
  - errori iniziali (o che subentrano a causa di disturbi)
- schema di controllo misto
  - feedback (misurando lo stato interno del robot)
  - feedforward (sono i comandi nominali pianificati)
- l’errore può essere definito nello spazio cartesiano o dei giunti, il comando finale è sempre a livello dei giunti
  - dove i motori azionano la struttura robotica

Controllo cinematico

- un robot è un sistema dinamico elettro-meccanico comandato con coppie motrici fornite dai motori
- è possibile però considerare come ingresso al sistema un comando cinematico, tipicamente di velocità
- ciò avviene grazie alla presenza di un anello di controllo di basso livello, che impone "idealmente" qualsiasi velocità di riferimento comandata
- tale anello è già presente in una struttura "chiusa" di controllo, in cui l'utente può agire solo con comandi di tipo cinematico
- le prestazioni sono in genere soddisfacenti se non si richiedono movimenti troppo veloci e/o con brusche accelerazioni

Esempio elementare

- una massa M in moto lineare: $M\ddot{x} = F$
- anello di basso livello: $F = K(u - \dot{x})$, con u = velocità di riferimento
- schema risultante per $K\to\infty$: $\dot{x} \approx u$
- in pratica, valido in una "banda passante" limitata $\omega \le K/M$

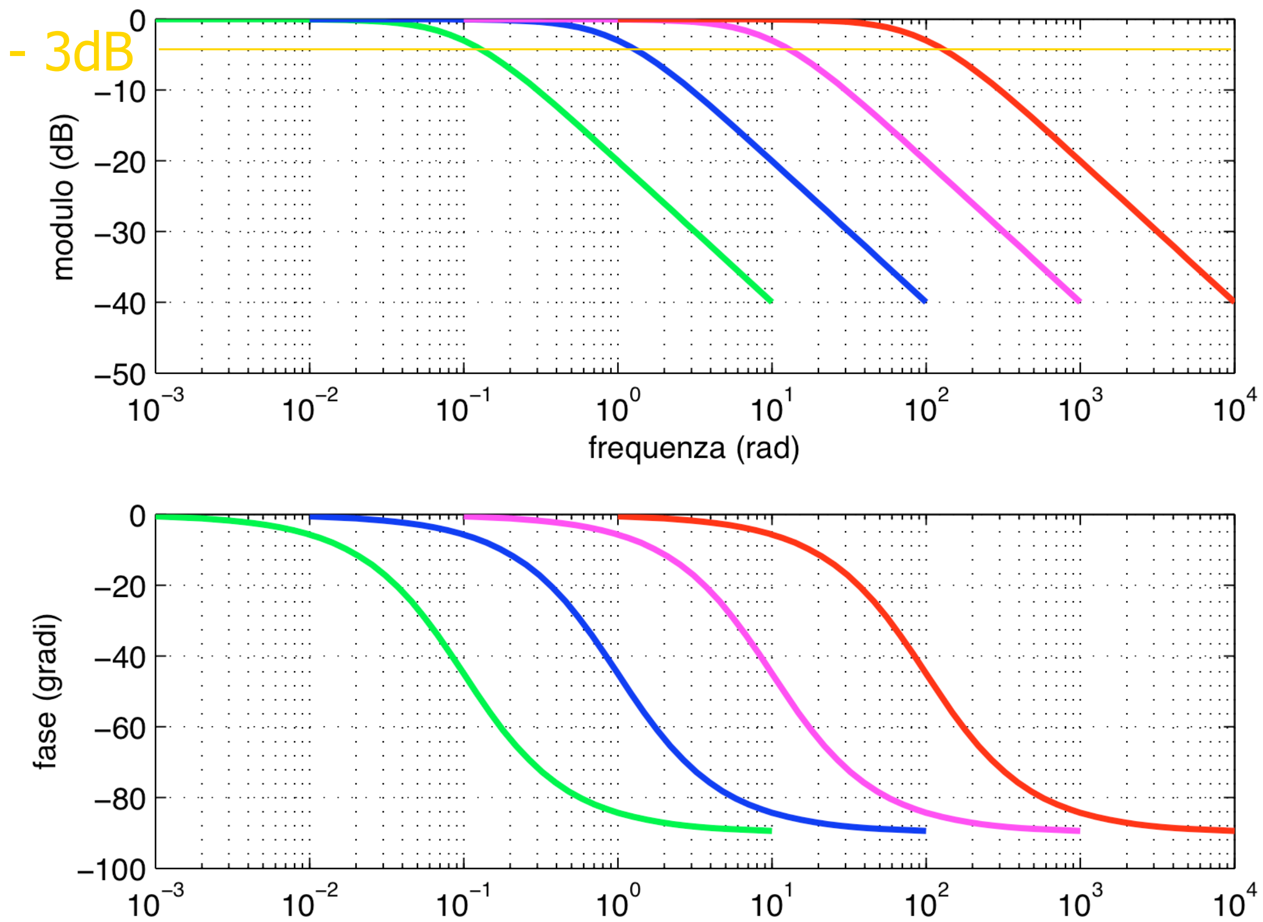


- diagrammi di Bode di sx(s)/u(s) per K/M = 0.1, 1, 10, 100

velocità attuale

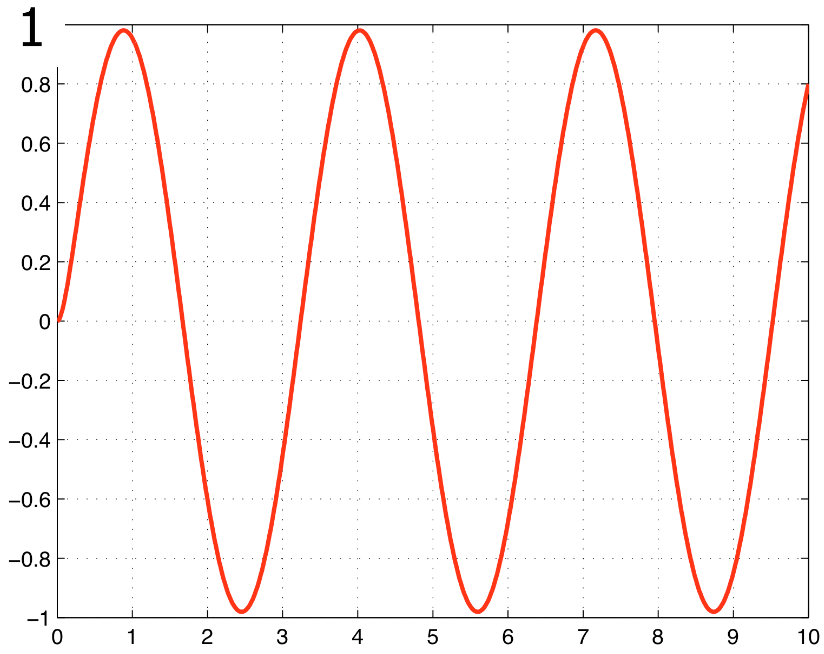
$$\frac{\dot{x}}{u}$$

velocità di riferimento comandata

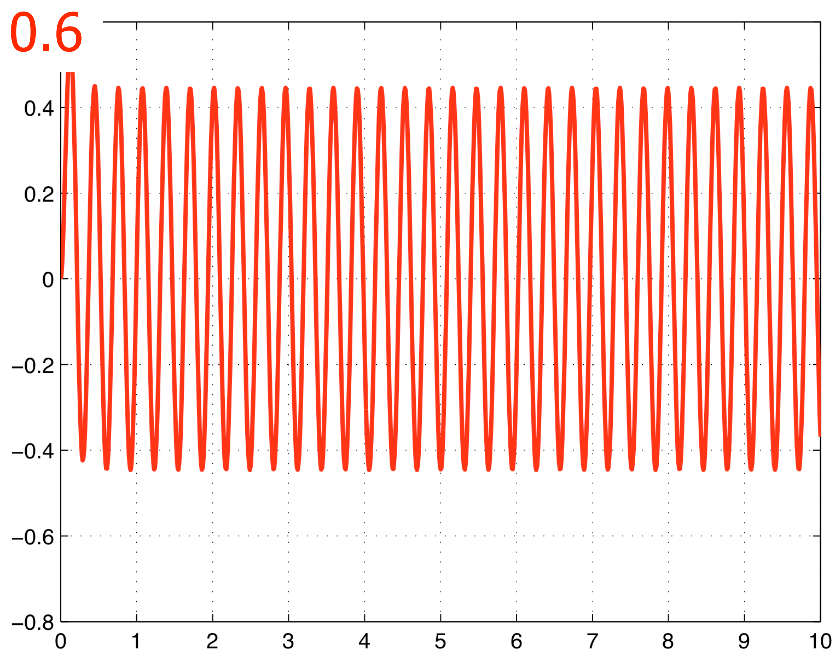


Risposta nel tempo

- con K/M = 10 (banda passante), in risposta a ingressi di riferimento in velocità sinusoidali unitari a diverse ω



ω = 2 rad/s

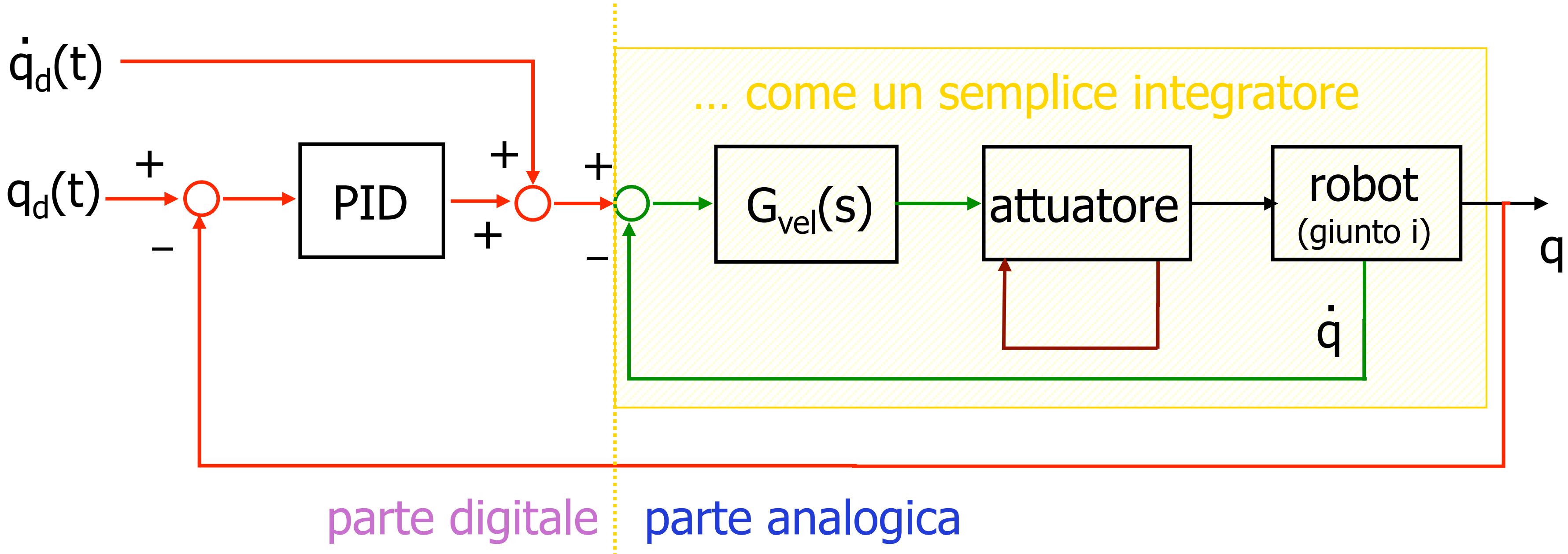


ω = 20 rad/s

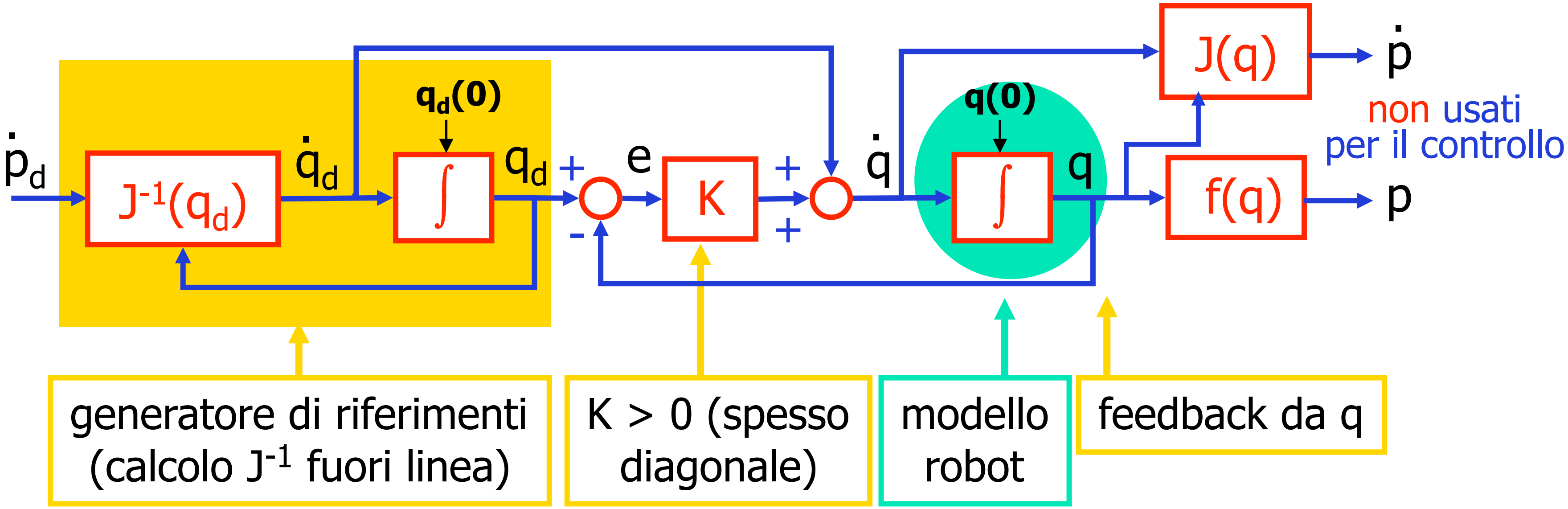
velocità attuali

Anelli di controllo nei robot industriali

- un loop analogico ad ampia banda passante sulla corrente ($\propto$ coppia) del motore
- un loop analogico di velocità ($G_{vel}(s)$, tipicamente un PI)
- un loop digitale di posizione, con feedforward
- sono schemi locali ai giunti (controllo decentralizzato)



Controllo cinematico nei giunti



$$e = q_d - q \;\Rightarrow\; \dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q} = \dot{q}_d - (\dot{q}_d + K(q_d - q)) = -K e$$

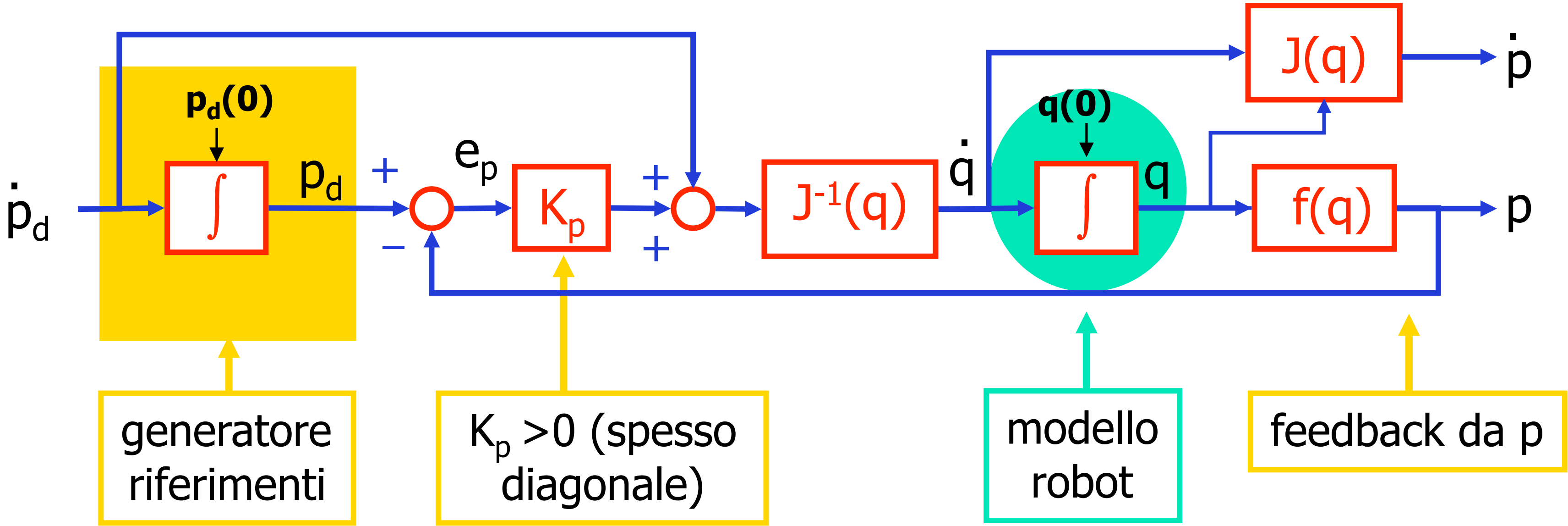
$e_i \rightarrow 0$ $(i=1,\ldots,n)$
esponenzialmente
$\forall e(0)$

$$e_p = p_d - p \;\Rightarrow\; \dot{e}_p = \dot{p}_d - \dot{p} = J(q_d)\dot{q}_d - J(q)(\dot{q}_d + K(q_d - q))$$

$q \rightarrow q_d$
$e_p \rightarrow J(q)e$

$$\Rightarrow\; \dot{e}_p \approx -J(q) K J^{-1}(q)\, e_p$$

Controllo cinematico nel cartesiano



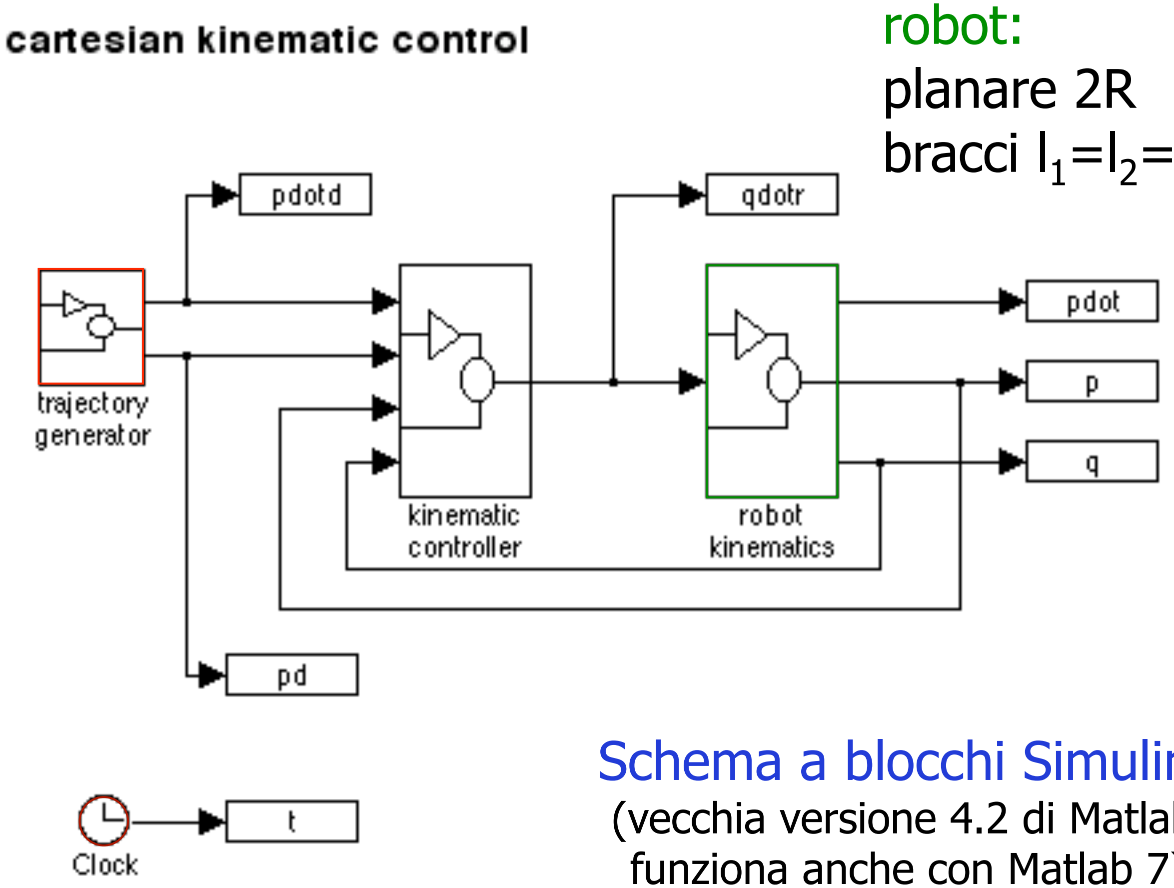
$$e_p = p_d - p \quad \Rightarrow \quad \dot{e}_p = \dot{p}_d - \dot{p} = \dot{p}_d - \cancel{J(q)\,J^{-1}(q)}\,(\dot{p}_d + K_p(p_d - p)) = -K_p\, e_p$$

- $e_{p,i} \to 0$ $(i=1,\ldots,m)$ esponenzialmente $\forall e_p(0)$
- richiede il calcolo in linea di $J^{-1}(q)$
- problemi di calcolo in real-time + singolarità

Simulazione del controllore

traiettoria desiderata:
cammino rettilineo a velocità costante

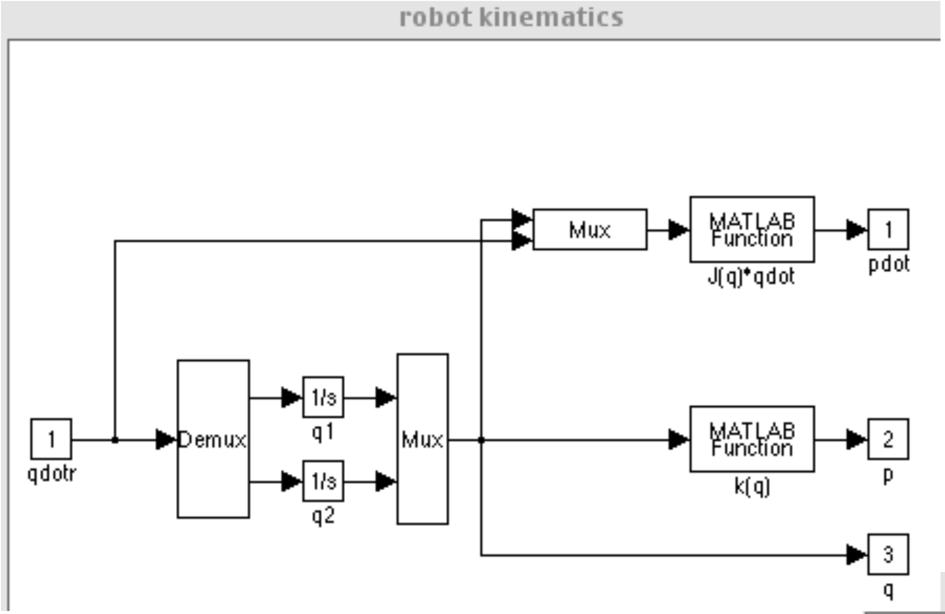
integrazione:
Runge-Kutta passo fisso 1 msec



robot:
planare 2R
bracci $l_1=l_2=1$

Schema a blocchi Simulink
(vecchia versione 4.2 di Matlab; funziona anche con Matlab 7)

Blocchi Simulink



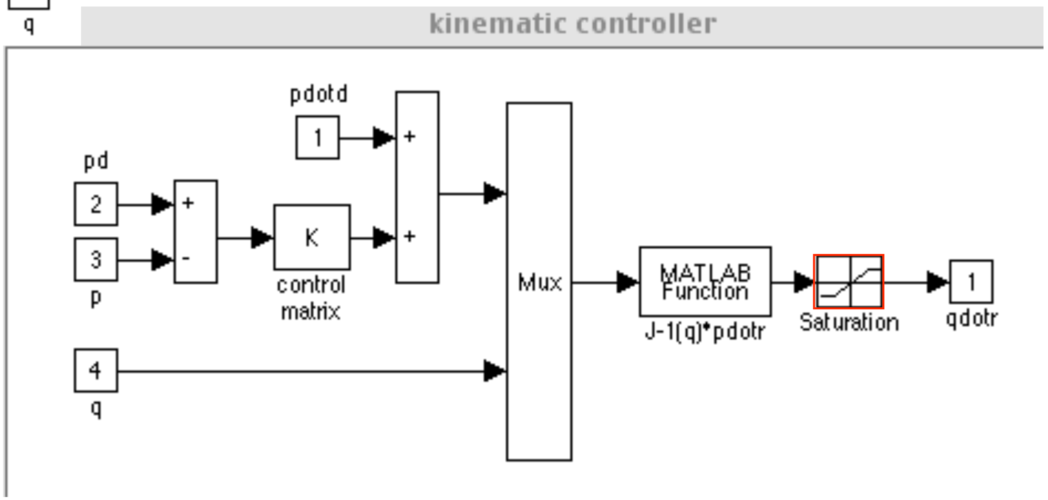
chiamate a funzioni Matlab

k(q)=dirkin (utente)

J(q)=jac (utente)

J^{-1}(q)=inv(jac) (libreria)

- blocco di saturazione sui comandi di velocità ai giunti
- inizializzazione esterna dei dati cinematici, di traiettoria e di stato iniziale



Funzioni Matlab

dirkin.m

```
function [p] = dirkin(q)

global l1 l2

px=l1*cos(q(1))+l2*cos(q(1)+q(2));
py=l1*sin(q(1))+l2*sin(q(1)+q(2));
```

jac.m

```
function [J] = jac(q)

global l1 l2

J(1,1)=-l1*sin(q(1))-l2*sin(q(1)+q(2))
J(1,2)=-l2*sin(q(1)+q(2));
J(2,1)=l1*cos(q(1))+l2*cos(q(1)+q(2));
J(2,2)=l2*cos(q(1)+q(2));
```

init.m

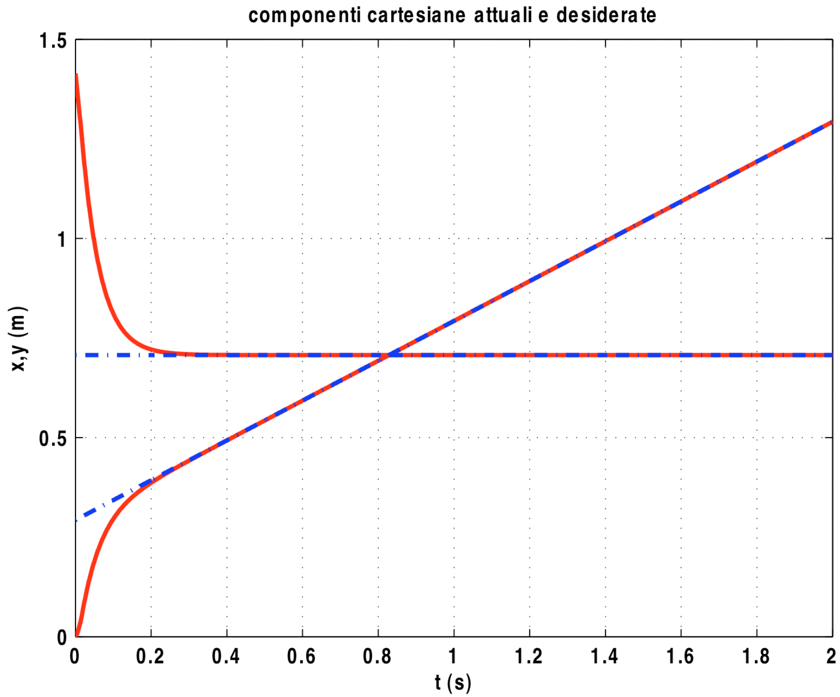
```
% controllo cartesiano di un robot 2R
% initialization

clear all; close all
global l1 l2

% lunghezze bracci robot 2R

l1=1; l2=1;

% velocità cartesiana desiderata (costante)

vxd=0; vyd=0.5;

% tempo totale

T=2;

% configurazione desiderata iniziale

q1d0=-45*pi/180; q2d0=135*pi/180;

pd0=dirkin([q1d0 q2d0]');
pxd0=pd0(1); pyd0=pd0(2);

% configurazione attuale del robot

q10=-45*pi/180; q20=90*pi/180;

p0=dirkin([q10 q20]');

% matrice dei guadagni cartesiani

K=[20 20]; K=diag(K);

%saturazioni di velocità ai giunti (input in deg/sec, convertito in rad/sec)

vmax1=120*pi/180; vmax2=90*pi/180;
```

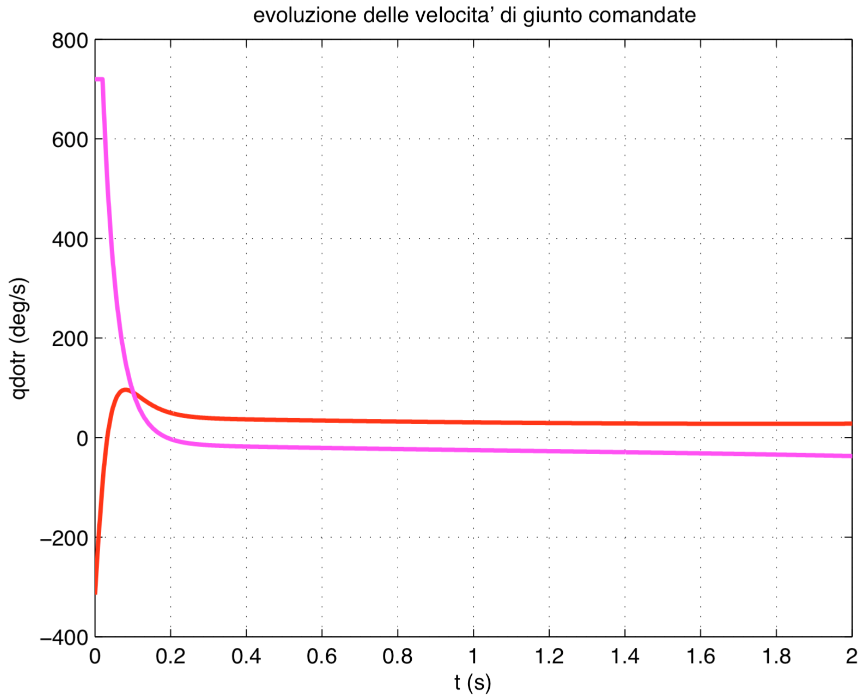
script di inizializzazione init.m

Dati simulazione

- traiettoria rettilinea uniforme
  - $x_d = 0.7$ m; $y_d(0) = 0.3$ m, $v_{y,d} = 0.5$ m/s per $T = 2$ s
- errore iniziale di posizione cartesiana dell'E-E
  - $e_p(0) = [-0.7 \;\; 0.3]^T$ m, con $q(0) = [-45° \; 90°]^T$
- guadagni di controllo
  - $K = \text{diag}\{20,20\}$
- (1) senza / (2) con saturazione velocità di giunto
  - $v_{max,1} = 120°/s$, $v_{max,2} = 90°/s$

Risultati (1)

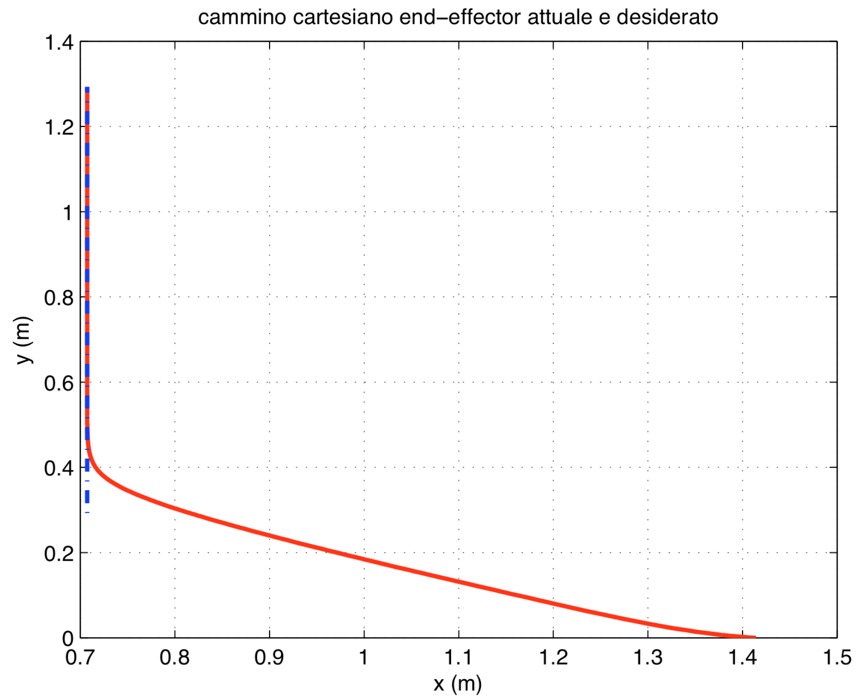




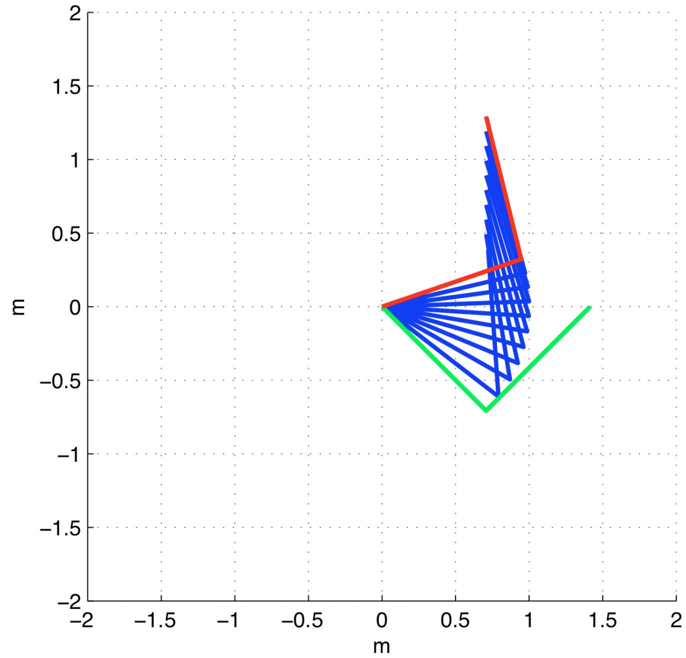
p_x, p_y attuali e desiderate

ingressi di controllo $\dot{q}_{r1}$, $\dot{q}_{r2}$

Risultati (1 - cont)

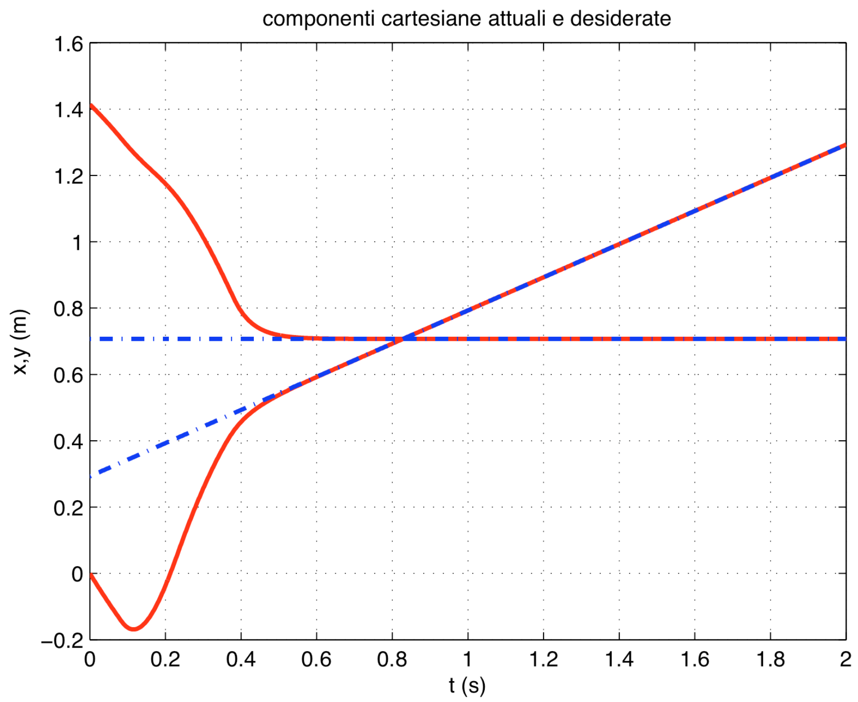


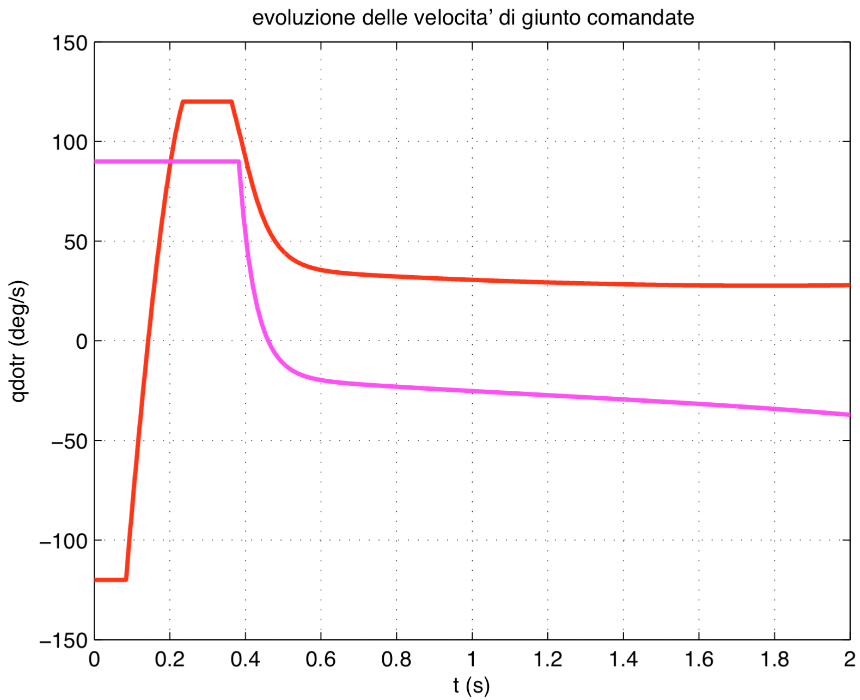
cammino eseguito dall'organo terminale (attuale e desiderato)



evoluzione stroboscopica (inizio e fine)

Risultati (2)

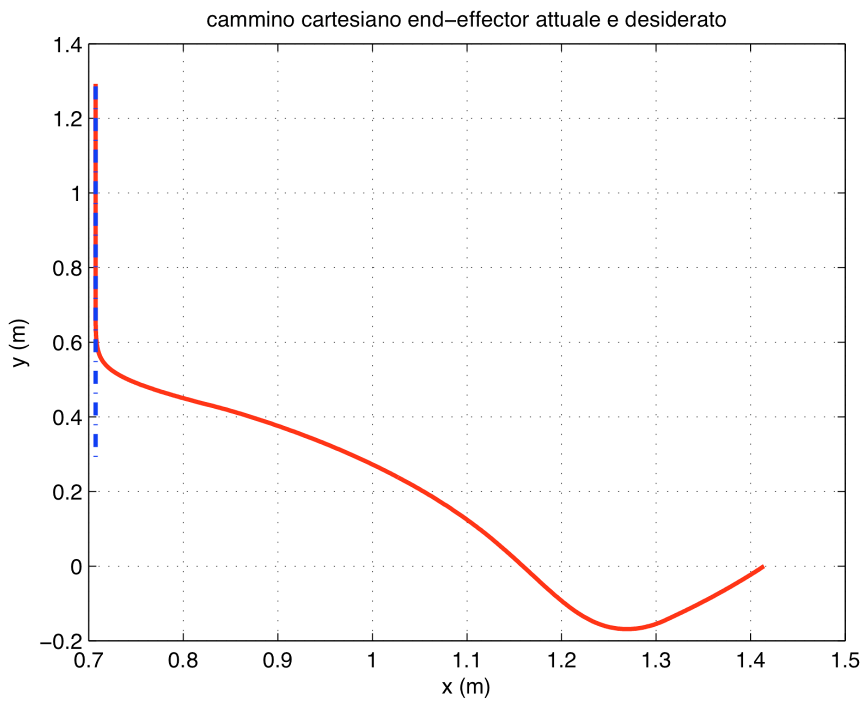




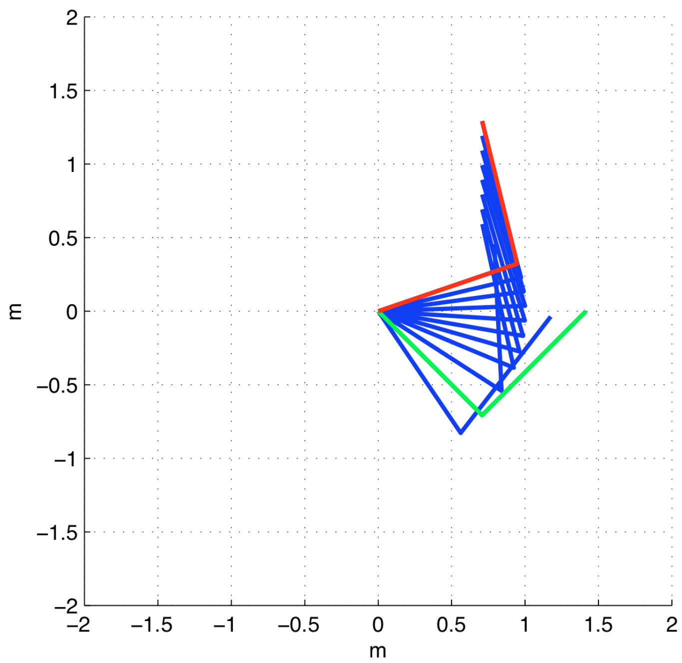
p_x, p_y attuali e desiderate

ingressi di controllo $\dot{q}_{r1}$, $\dot{q}_{r2}$
(saturati a $\pm\, v_{max,1}$, $\pm\, v_{max,2}$)

Risultati (2 - cont)



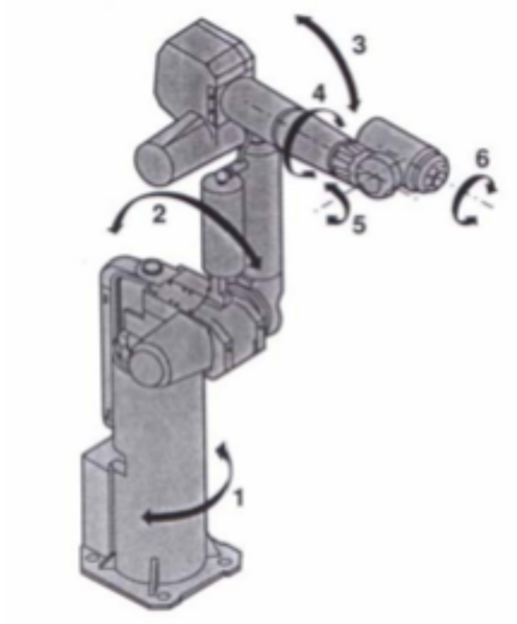
cammino eseguito dall'organo terminale (attuale e desiderato)

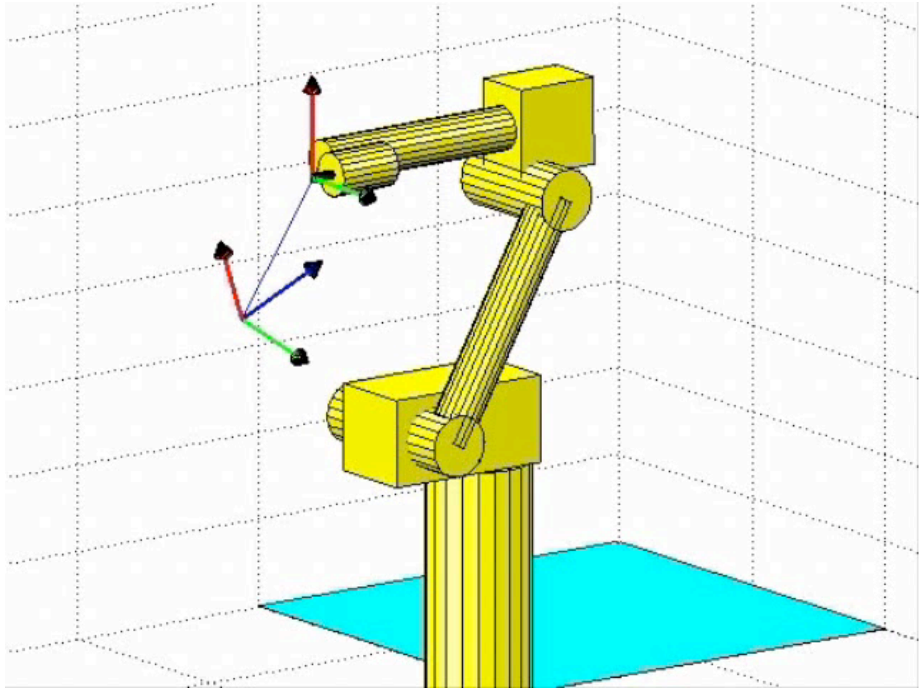


evoluzione stroboscopica (inizio e fine)

Simulazione 3D

video





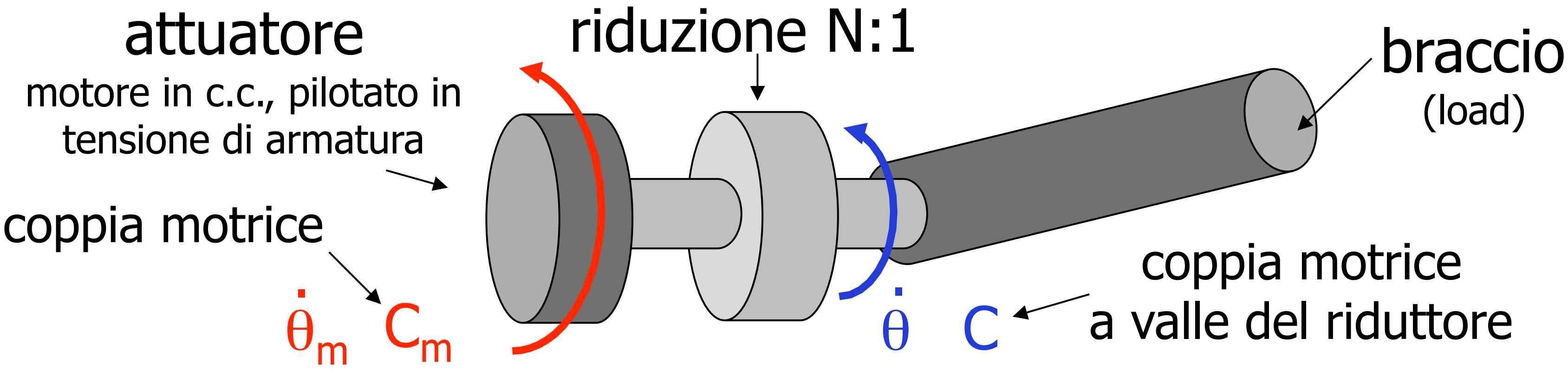
controllo cinematico nel cartesiano del robot Fanuc 6R (Arc Mate S-5)

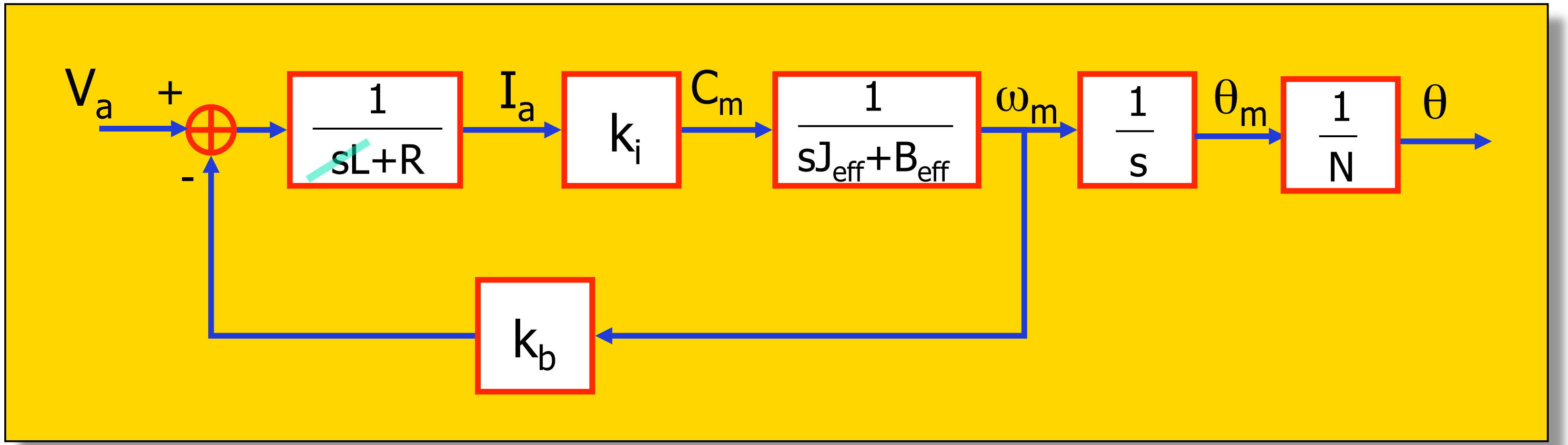
simulazione e visualizzazione in Matlab

Controllo dinamico (singolo asse)

- quando gli aspetti dinamici del moto richiesto sono rilevanti, nel progetto del controllore occorre tenere conto delle masse/inerzie e di fenomeni dissipativi (attrito)
- per un robot articolato, agiscono sul singolo braccio anche coppie/forze di accoppiamento dovute al moto degli altri bracci (inerziali, centrifughe), al moto congiunto (Coriolis), e al carico statico (gravità, forze di contatto)
- tali accoppiamenti sono "mascherati" sulla dinamica del singolo asse di giunto/carico del motore se i rapporti di riduzione delle trasmissioni sono molto elevati ($N \geq 100$)
- si considera qui il progetto del controllore per un singolo giunto (approccio decentralizzato)

Modello singolo asse

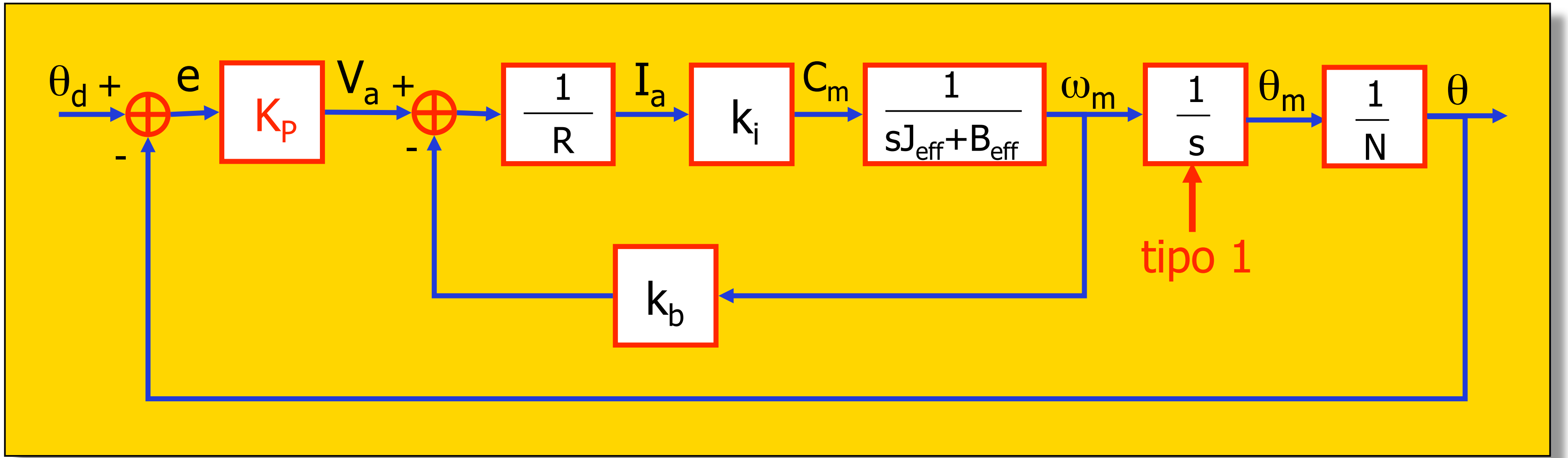




$$J_{eff} = J_m + 1/N^2 J_l \qquad B_{eff} = B_m + 1/N^2 B_l$$

$\approx 10^{-4}$

Controllo proporzionale (P)



funzione di trasferimento ad anello chiuso

$$\frac{\theta(s)}{\theta_d(s)} = \frac{\theta/e}{1+\theta/e} = \frac{K_P\, k_i}{NR\, J_{eff}} \; \frac{1}{s^2 + \dfrac{R\, B_{eff} + k_i\, k_b}{R\, J_{eff}}\, s + \dfrac{K_P\, k_i}{NR\, J_{eff}}}$$

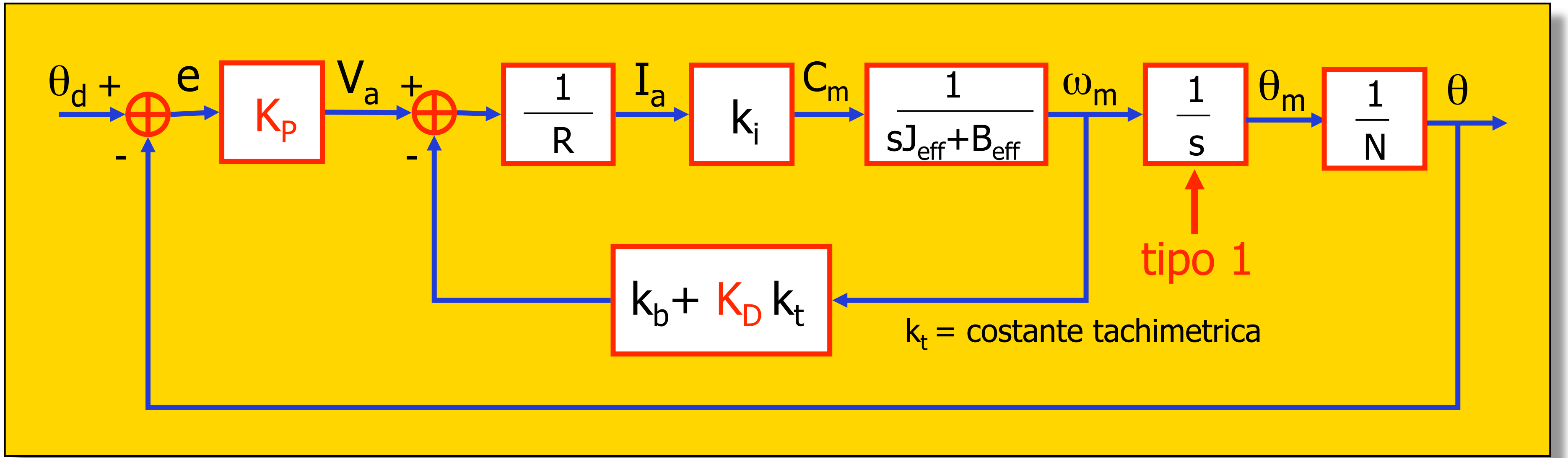
sempre ASINTOTICAMENTE STABILE per $K_P>0$

Osservazioni sul controllo P

- per θ_d = kost, l'errore a regime permanente è nullo
  - il sistema è di tipo 1
- si ha un solo parametro di progetto (K_P)
  - non possono essere fissati in modo indipendente i poli ad anello chiuso
  - in particolare, la pulsazione naturale e lo smorzamento della coppia di poli sono tra loro legate
- la risposta transitoria e/o le caratteristiche di reiezione dei disturbi potrebbero essere insoddisfacenti

N.B. l'effettiva misura di posizione retroazionata può anche essere quella del motore θ_m
(dipende da dove è montato l'encoder)

Controllo proporzionale-derivativo (PD)



funzione di trasferimento ad anello chiuso

$$\frac{\theta(s)}{\theta_d(s)} = \frac{\theta/e}{1+\theta/e} = \frac{K_P\, k_i}{NR\, J_{eff}} \frac{1}{s^2 + \dfrac{RB_{eff}+k_i(k_b+K_D k_t)}{R\, J_{eff}}\, s + \dfrac{K_P\, k_i}{NR\, J_{eff}}}$$

sempre ASINTOTICAMENTE STABILE per K_P, $K_D > 0$

Osservazioni sul controllo PD

- per θ_d = kost, $\dot{e} = -\dot{\theta}$, e lo schema precedente realizza un'azione PD sull'errore di posizione
- per $\theta_d \neq$ kost, se si vuole avere un PD sull'errore e (lato carico), come riferimento andrebbe preso

$$\theta_d + \dot{\theta}_d \,(N k_t K_D)/K_P$$

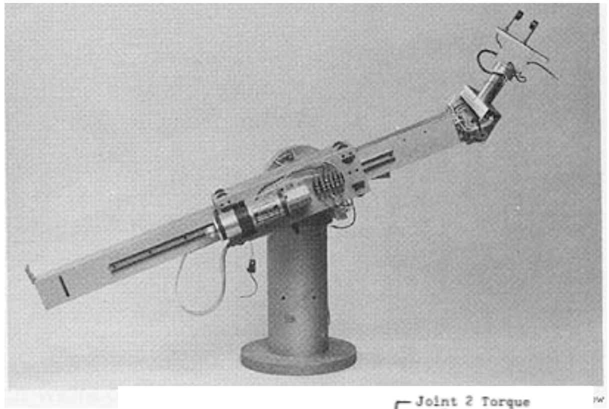
- K_P e K_D vengono scelti in modo da avere
  - smorzamento unitario (poli reali e coincidenti)
  - pulsazione naturale $\omega_n < \omega_r/2$, dove ω_r è la risonanza strutturale del giunto (a motore "bloccato")
  - tale risonanza (dovuta ad elasticità di riduzione, alberi, cuscinetti) che non deve essere eccitata, nei robot industriali ha tipicamente frequenza $f_r = \omega_r/2\pi = 4 \div 20$ Hz

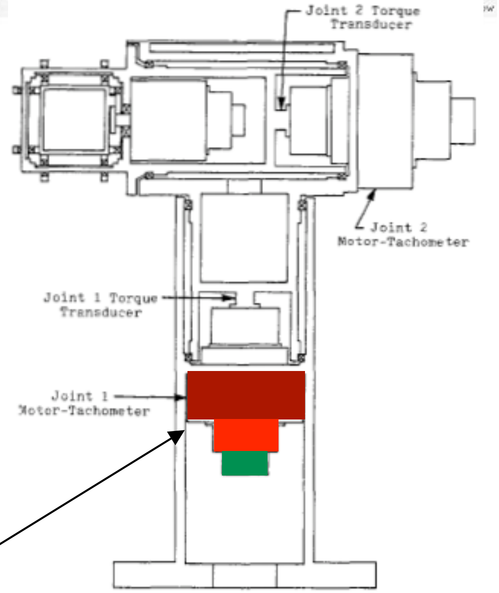
Dati simulazioni

Matlab/Simulink

% Parametri di simulazione relativi al primo giunto (piantone) dello Stanford Arm

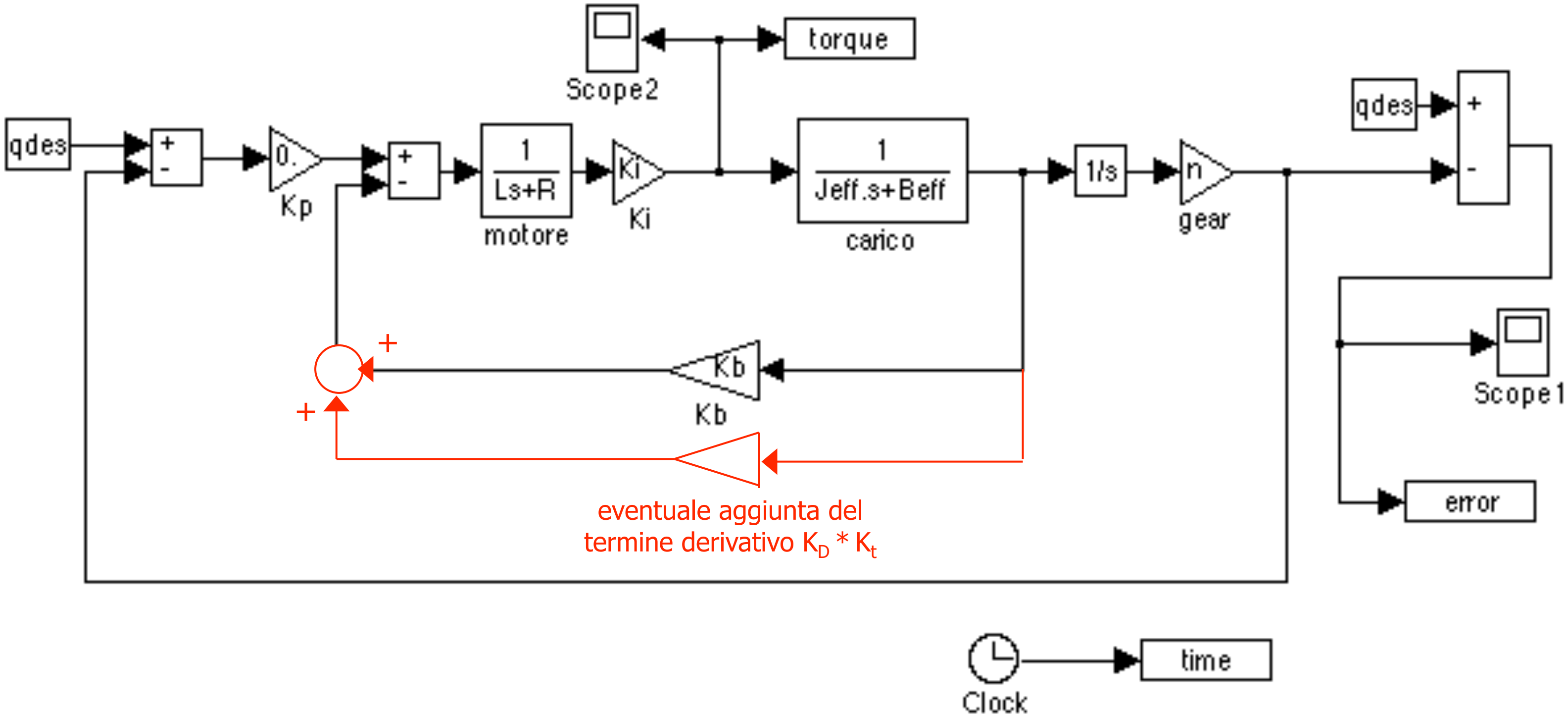
```
% motore (U9M4T)
Ki = 0.043;            % costante coppia/corrente [Nm/A]
Bm = 0.00008092;       % coefficiente di attrito viscoso [Nm s/rad]
Kb = 0.04297;          % costante forza c.e.m. [V s/rad]
L = 0.000100;          % induttanza circuito di armatura [H], trascurabile
R = 1.025;             % resistenza circuito di armatura [Ohm]
Ja = 0.000056;         % momento inerzia tachimetrica+rotore [Nm s^2/rad]
% tachimetrica (Photocircuits 030/105)
Kt = 0.02149;          % costante tachimetrica [V s/rad]
% riduzione
n = 0.01;              % inverso rapporto di riduzione (=1/N)
% carico
Jl = 5;                % momento inerzia primo link [Nm s^2/rad] (varia da 1.4 a 6.17)
Bl = 0;                % coefficiente di attrito viscoso primo link (n.d.)
omr = 25.13;           % pulsazione di risonanza (relativa a Jl nominale) [rad/s] (4 Hz)
% parametri complessivi
Beff = Bm + Bl*n^2;    % coefficiente di attrito viscoso effettivo
Jeff = Ja + Jl*n^2;    % momento inerzia effettivo
% riferimento
qdes = 1;              % configurazione desiderata (se: costante) [rad]
Kram = 2;              % pendenza (se: rampa) [rad/s]
% nonlinearità eventuali
Fm = 0.042;            % coppia di attrito secco [Nm]
D = 0.0087;            % dead-band dovuta al backlash della riduzione [rad] (0.5 deg)
Tmax = 4;              % coppia di saturazione [Nm]
```





motore, dinamo tachimetrica, encoder ottico

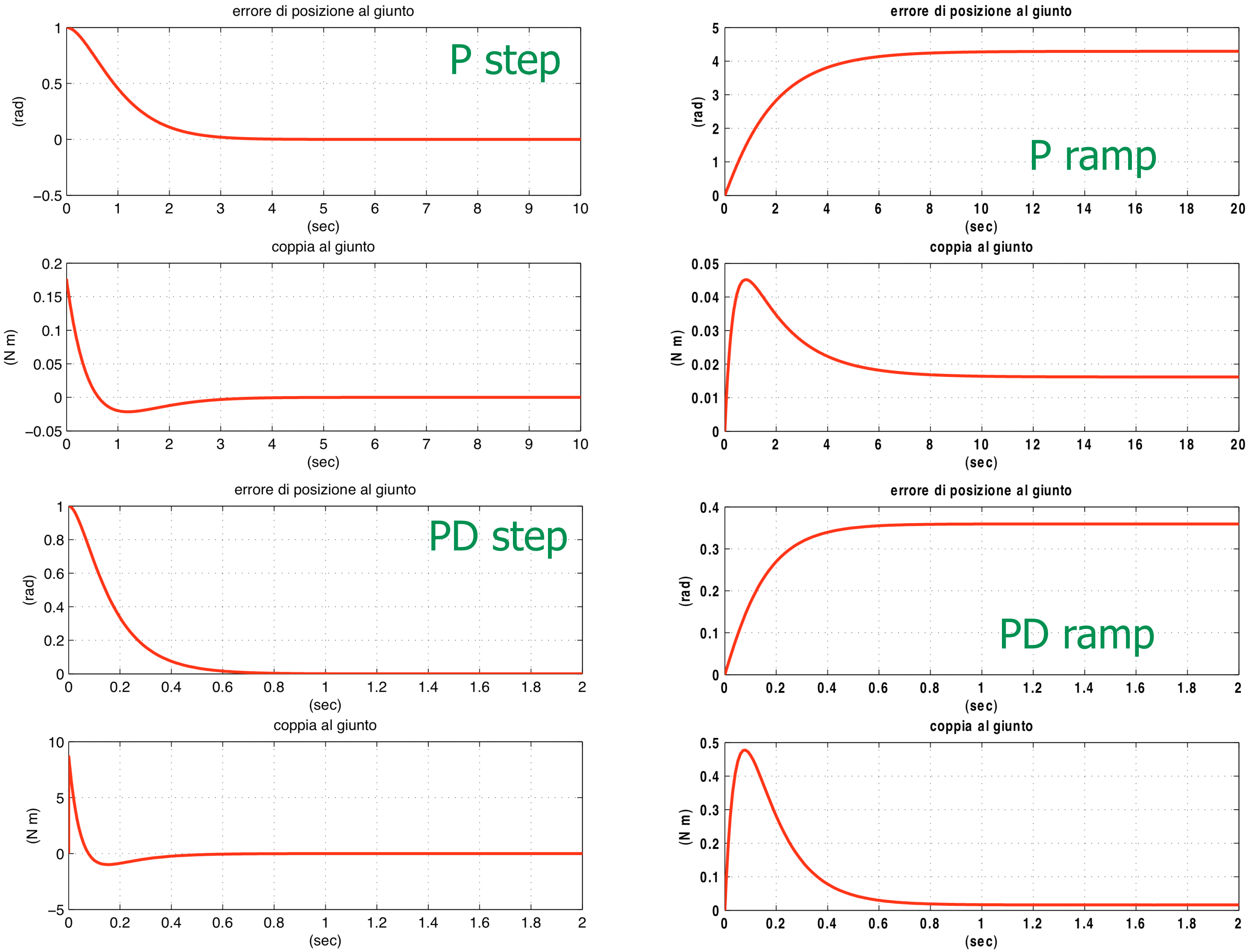
Simulazioni
Schema e controllo P/PD



- guadagno solo proporzionale: K_P = 4.2 (il valore massimo che garantisce un transitorio privo di oscillazioni)
- in presenza del termine derivativo: K_P = 209, K_D = 15.4 (tali da fornire un comportamento transitorio con ≈ smorzamento critico)

Simulazioni

Controllo P e PD (su gradino 1 rad e rampa 2 rad/s)



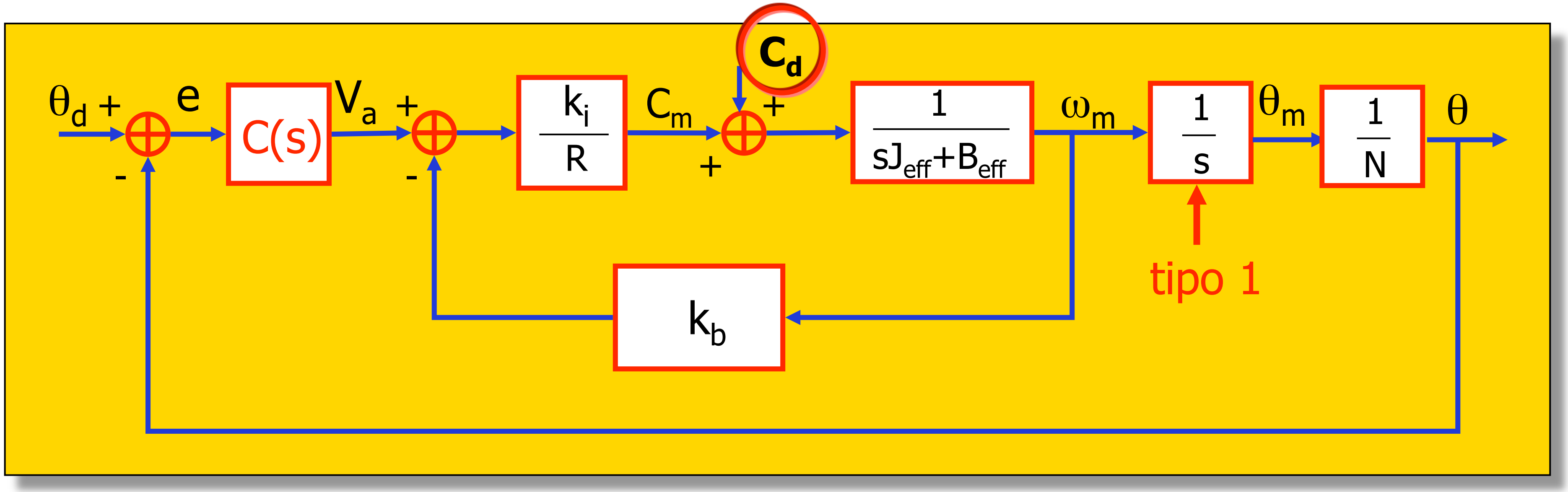
errore di posizione

coppia di controllo

errore di posizione

coppia di controllo

Caso generale (n giunti)



C_d = coppia di disturbo dovuta ad accoppiamenti inerziali con gli altri giunti, effetti centrifughi e di Coriolis, e gravità (dipende dalla sola posizione)

per ottenere almeno un comportamento astatico, ovvero errore a regime permanente nullo per disturbi costanti (caso di robot fermo, ma sotto gravità), serve un integratore a monte del disturbo

➡ C(s) = controllore PID

Controllore PID

- $C(s) = K_P + K_I/s + K_D\, s$
  - l'azione derivativa deve essere filtrata in alta frequenza per la sua realizzabilità fisica
- funzione di trasferimento ad anello chiuso

$$\boxed{\frac{\theta(s)}{\theta_d(s)} = \frac{(K_D\, s^2 + K_P\, s + K_I)\, k_i}{NRJ_{eff}\, s^3 + (NRB_{eff} + Nk_b k_i + K_D k_i)s^2 + k_i K_P s + k_i K_I}}$$

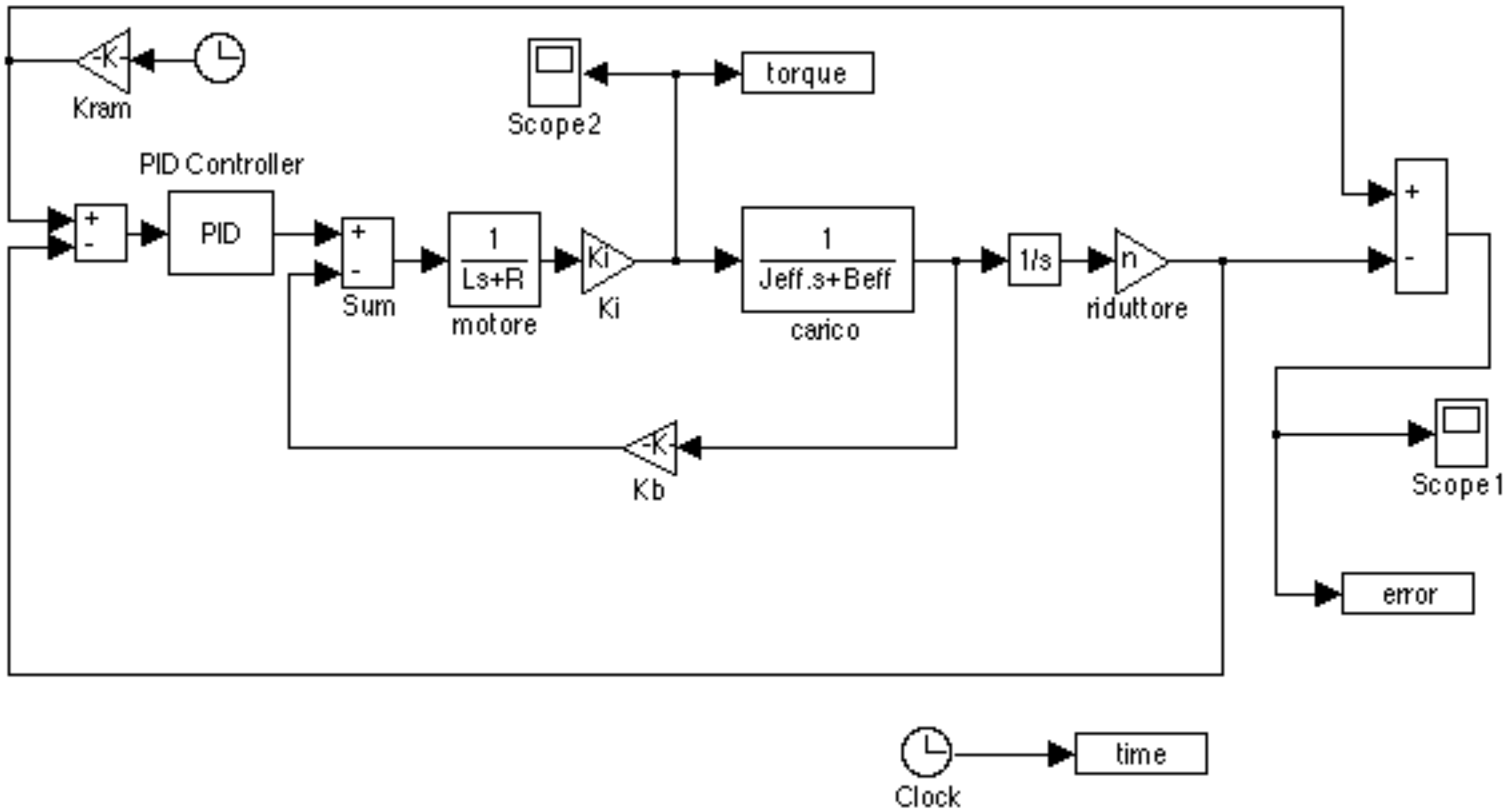
- asintotica stabilità se e solo se (criterio di Routh)

$$0 < K_I < \underbrace{K_P}_{>0}/RJ_{eff}\,\underbrace{(RB_{eff} + K_D k_i/N + k_b k_i)}_{>0}$$

- sistema di controllo di tipo 2 e astatico rispetto al disturbo

Simulazioni

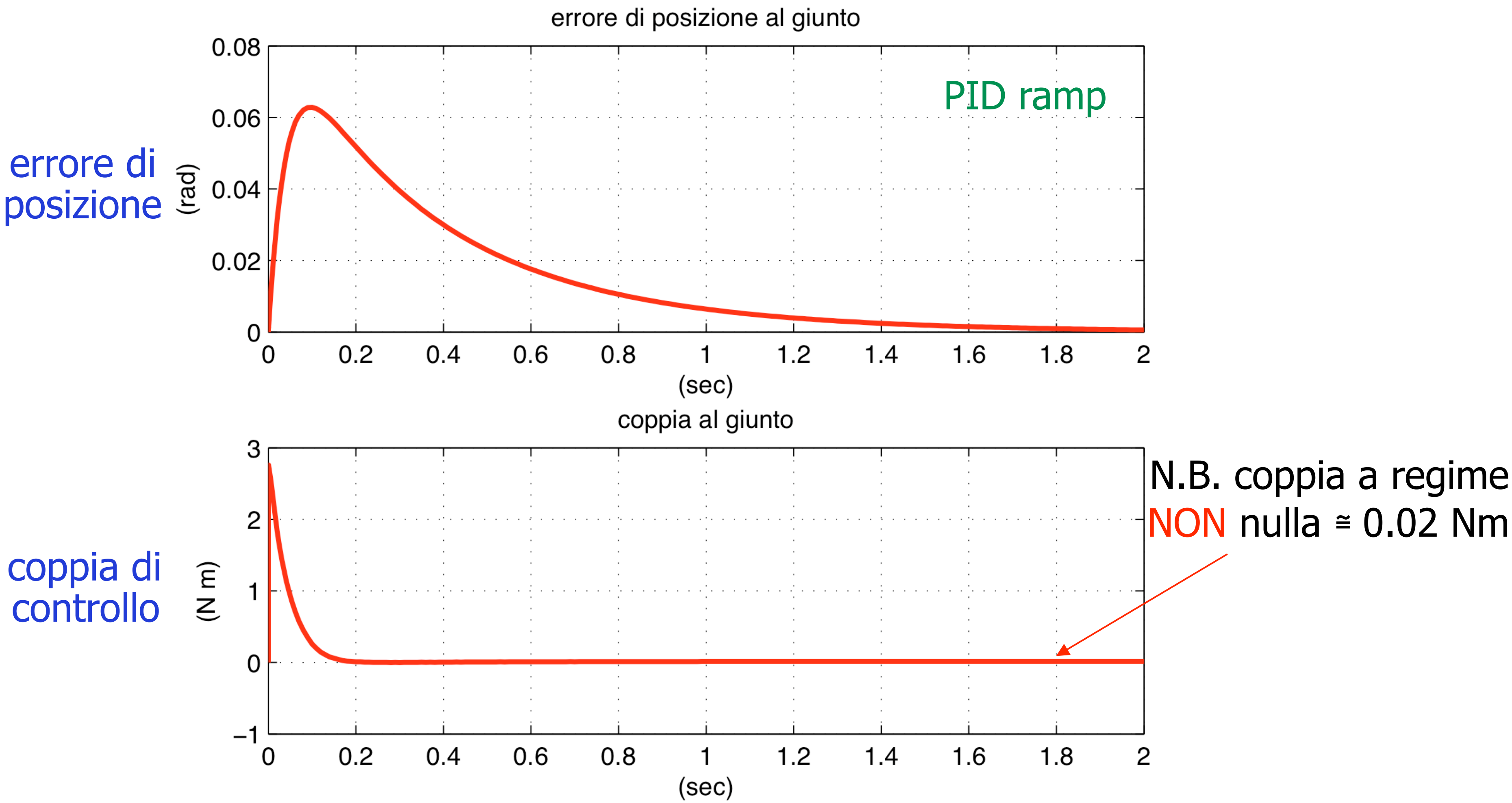
Schema e controllo PID



- guadagni dopo "tuning": $K_P = 209$ (come per PD), $K_D = 33$, $K_I = 296$
- sistema di tipo 2 → errore nullo a regime su ingresso a rampa

Simulazioni

Controllo PID (su rampa 2 rad/s)



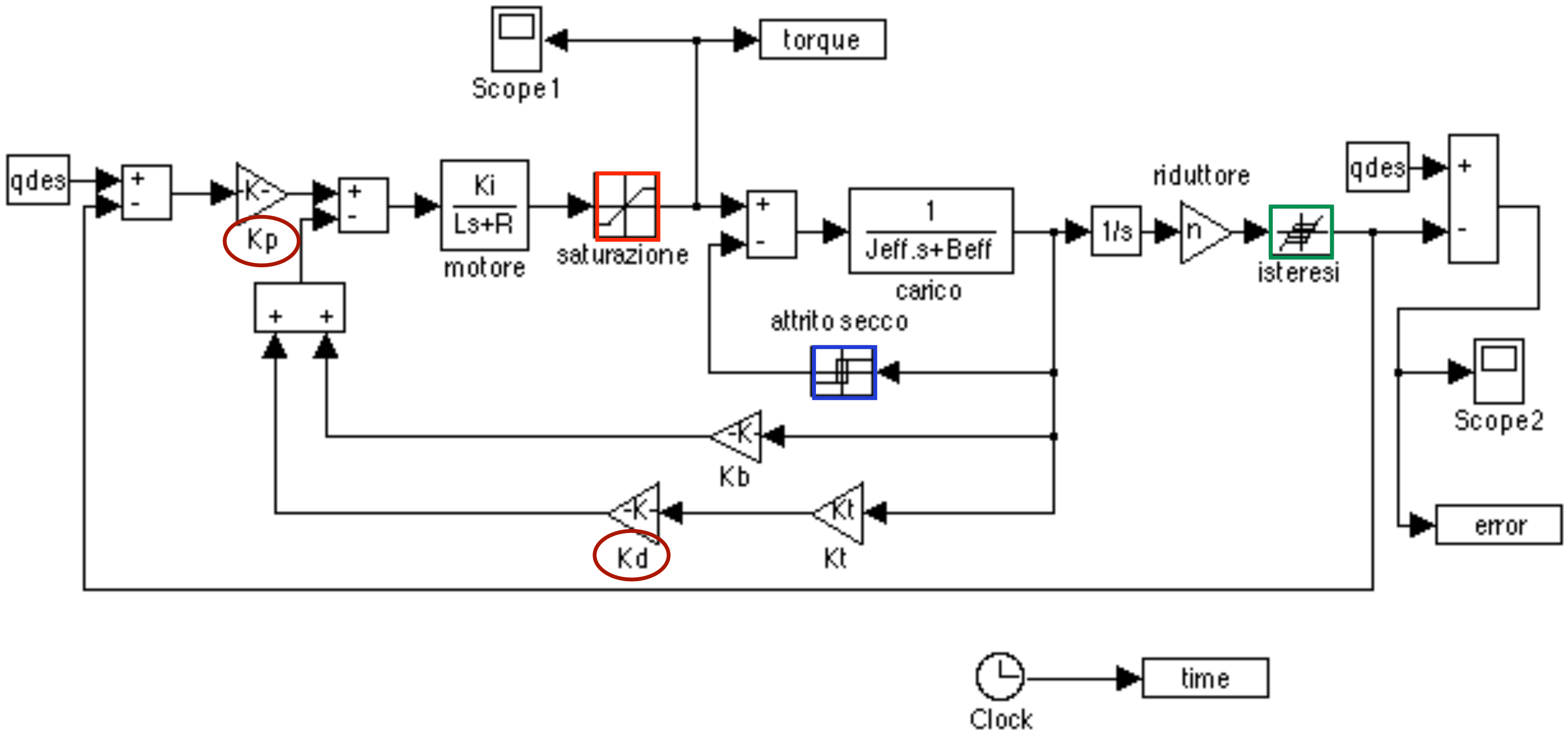
Commenti finali

- esistono inoltre fenomeni fisici “non lineari”, difficili da tenere in conto nel progetto del controllore

  ad esempio …
  - saturazioni degli attuatori
  - giochi delle trasmissioni (ritardi, isteresi)
  - attrito secco e di primo distacco
  - quantizzazione dei sensori (encoder)
- si possono modellare e simulare in combinazione con la legge di controllo progettata, valutando l’effettivo comportamento rispetto alla situazione ideale
- idem per le incertezze sui valori nominali dei parametri cinematici e dinamici

Simulazioni

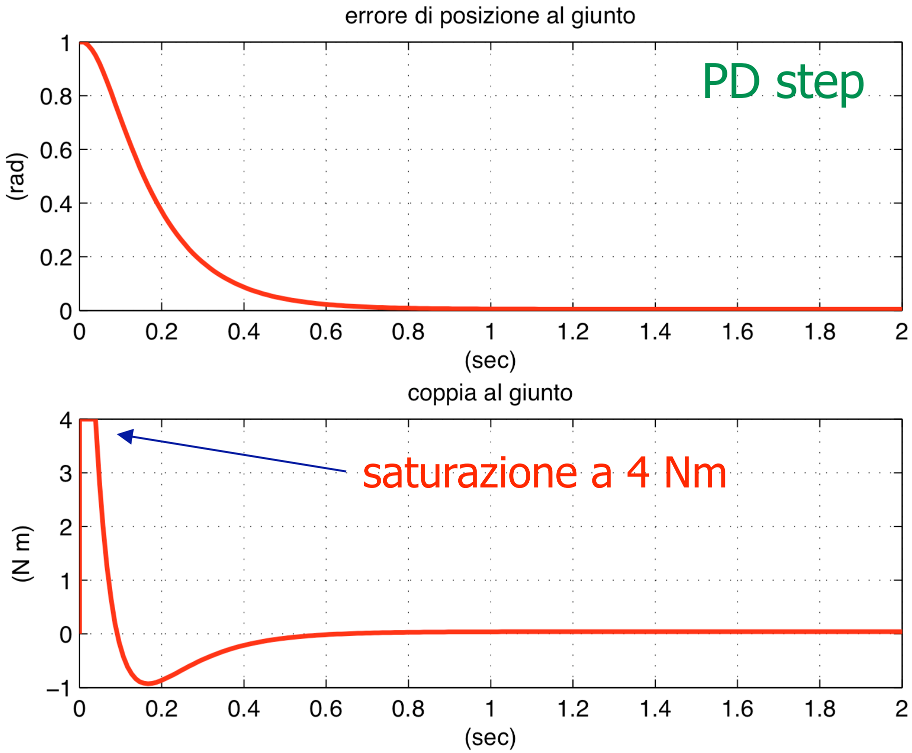
Schema con fenomeni non ideali di tipo non lineare

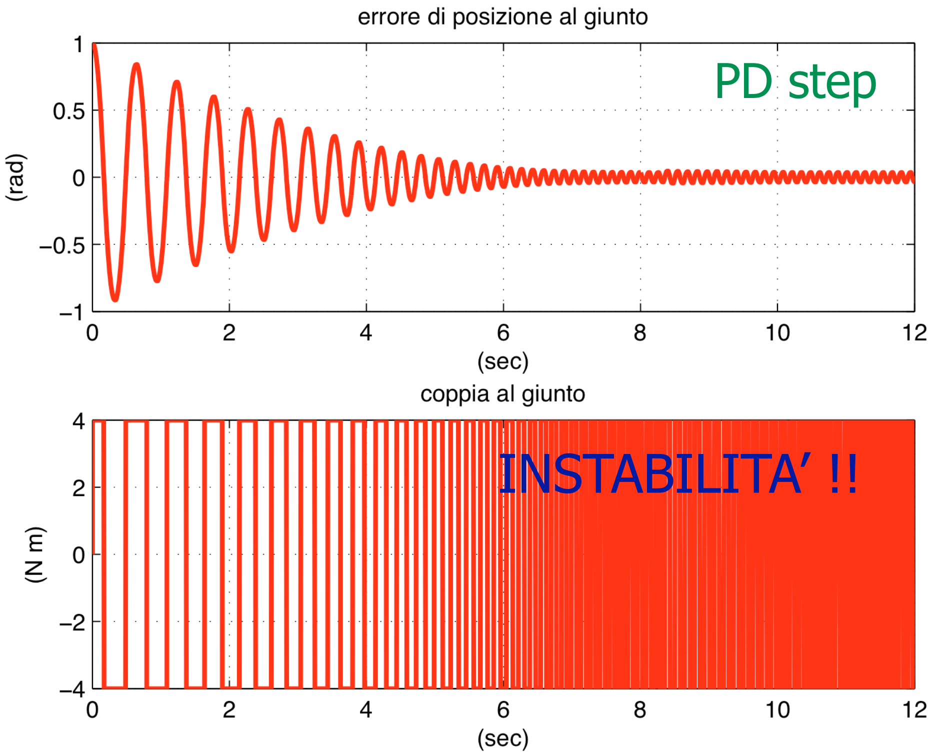


- saturazione attuatore, attrito secco, giochi nel riduttore
- qui, con legge di controllo PD

Simulazioni

Controllo PD (su gradino 1 rad) in presenza di non idealità





stessi guadagni del PD precedente

ingranaggi sempre ingaggiati
(fin dall'inizio)

con guadagno P più elevato….

ingranaggi ingaggiati all'inizio,
ma poi inversione di velocità
→ "chattering" dovuto ai giochi