Corso di Robotica 1

Robot Mobili su Ruote
Generalità e Cinematica

Prof. Alessandro De Luca

Dipartimento di Informatica
e Sistemistica Antonio Ruberti

Sapienza
Università di Roma

Sommario

- introduzione
  - robot mobili su ruote (WMR = Wheeled Mobile Robot)
  - ambienti operativi
  - il problema di base
  - compiti elementari
  - diagramma a blocchi di un robot mobile
- modello cinematico
  - spazio delle configurazioni
  - tipi di ruote
  - vincoli anolonomi
  - modello cinematico dei WMR
- esempi di modelli cinematici
  - uniciclo
  - car-like

Robot mobili su ruote

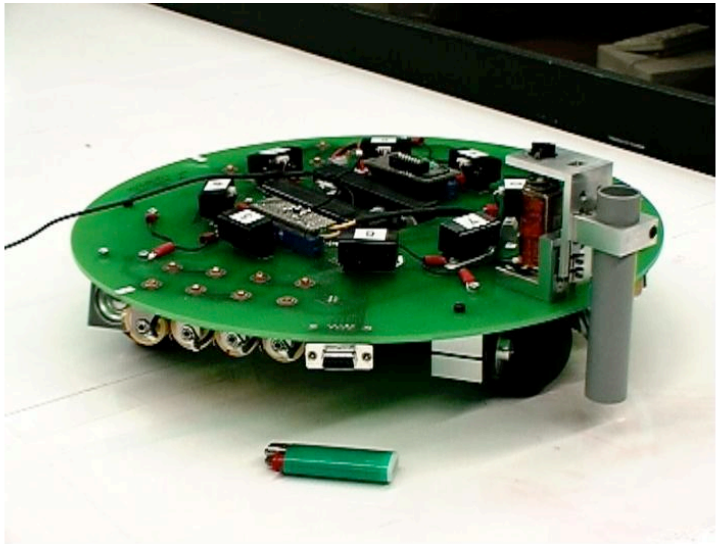
- mobilità ristretta localmente ⟺ vincoli ANOLONOMI

SuperMARIO & MagellanPro
(DIS, Roma)

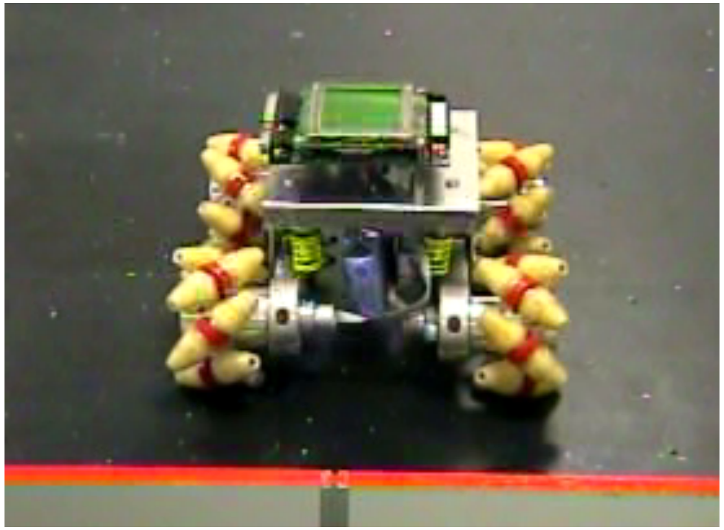
Hilare 2-Bis (LAAS, Toulouse)
con rimorchio "off-hooked"

Robot mobili su ruote

- mobilità piena ⟺ robot OMNIDIREZIONALI



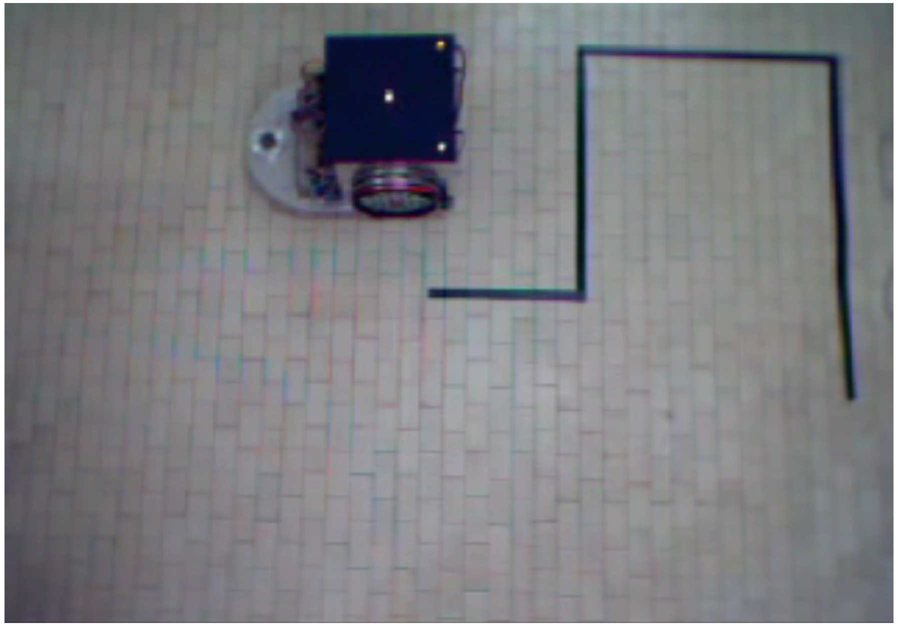
Tribolo



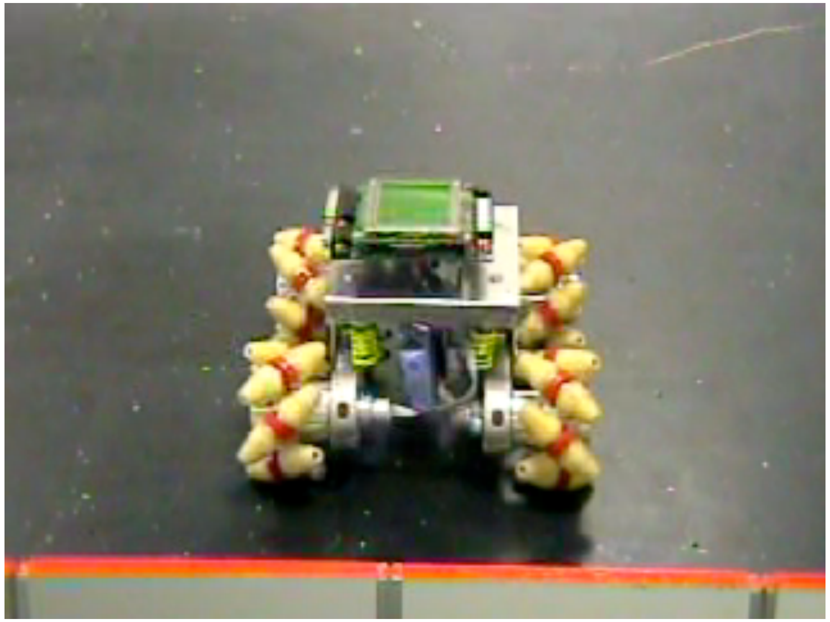
Omni-2

Video

- SuperMARIO



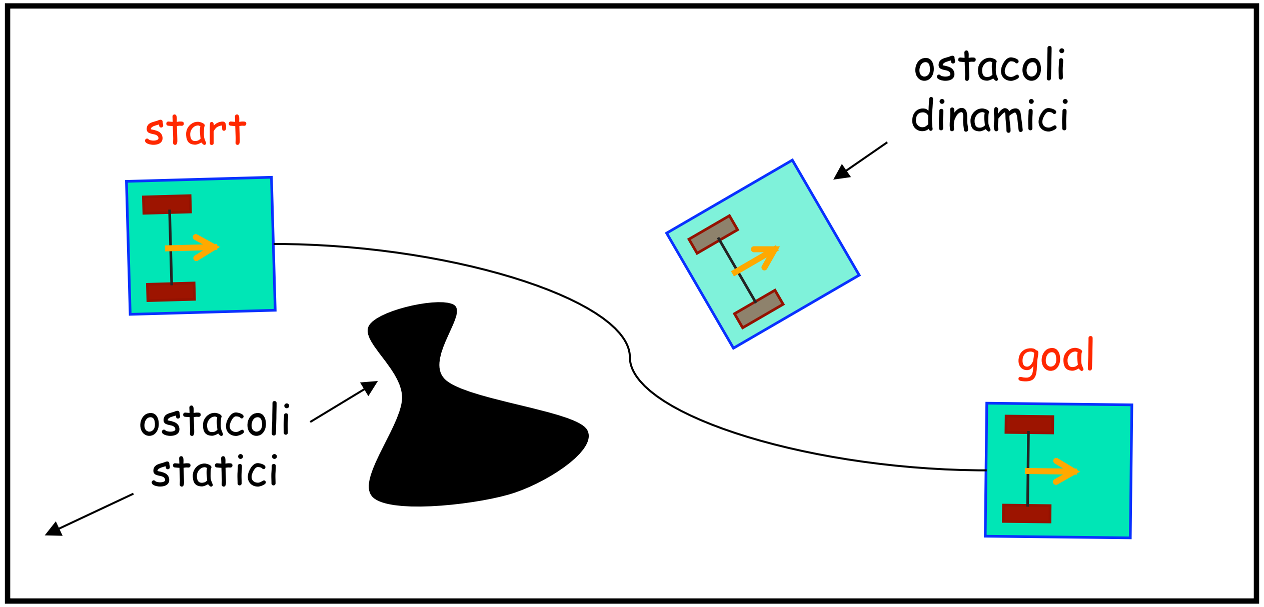
- Omni-2



Ambienti operativi

- esterni 3D
  - non strutturati
- interni 2D
  - noti
    - con disponibilità di mappe (anche acquisite da sensori)
  - non noti
    - con ostacoli statici o dinamici

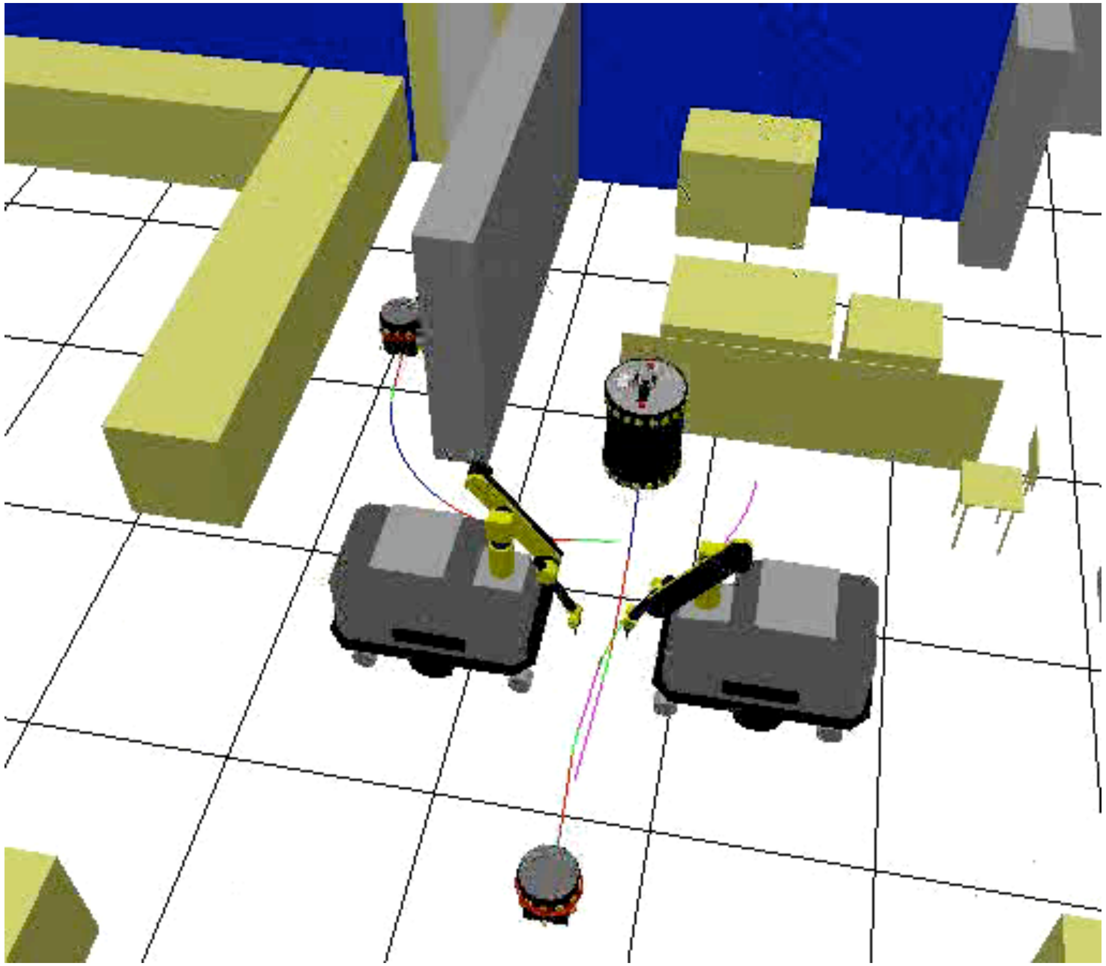
Il problema di base



- complessità computazionale elevata
- ambiente dinamico
- mobilità ristretta

⇒ analisi di compiti elementari

Simulazione multi-robot



2 Pioneer
1 Nomad XR-400
2 Hilare con manipolatore a bordo

- 5 robot in moto simultaneo

Compiti di moto elementari

- moto punto-punto
  - nello spazio delle configurazioni
- esecuzione di cammini
- inseguimento di traiettorie
  - cammino geometrico + legge oraria
- moto puramente reattivo (locale)

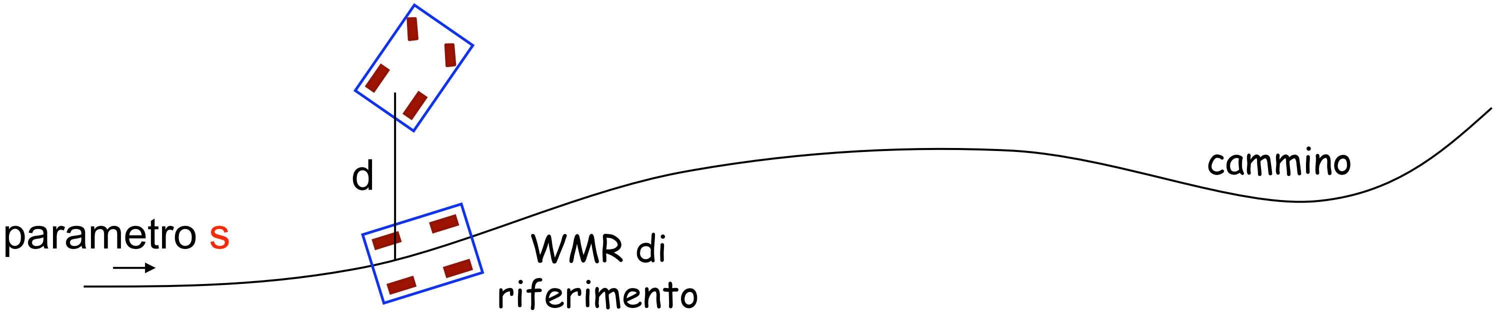
⇓

situazioni miste di pianificazione e controllo

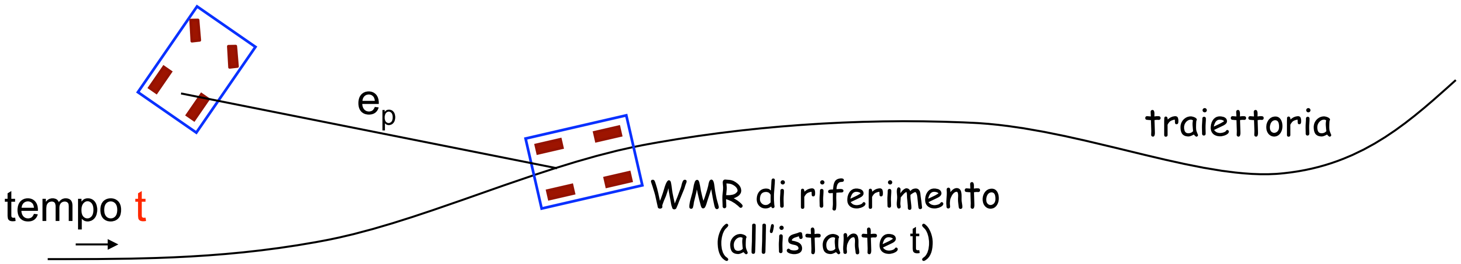
Compiti di moto elementari *(continua)*

- moto punto-punto *(parking)*

- inseguimento di cammini *(path following)*

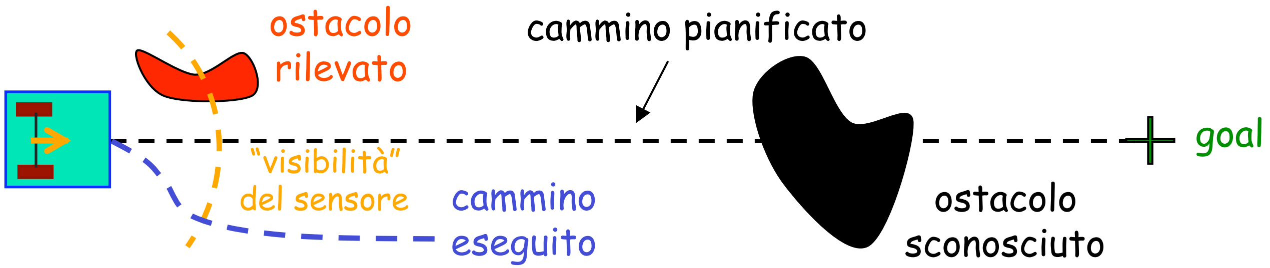


- inseguimento di traiettorie *(trajectory tracking)*

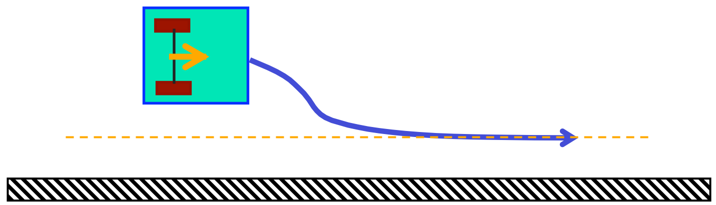


Compiti di moto elementari *(continua)*

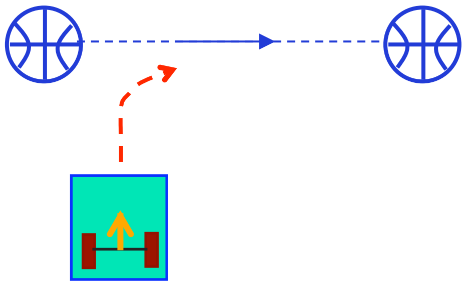
- esempi di moto reattivo *(reactive)*
  - on-line obstacle avoidance



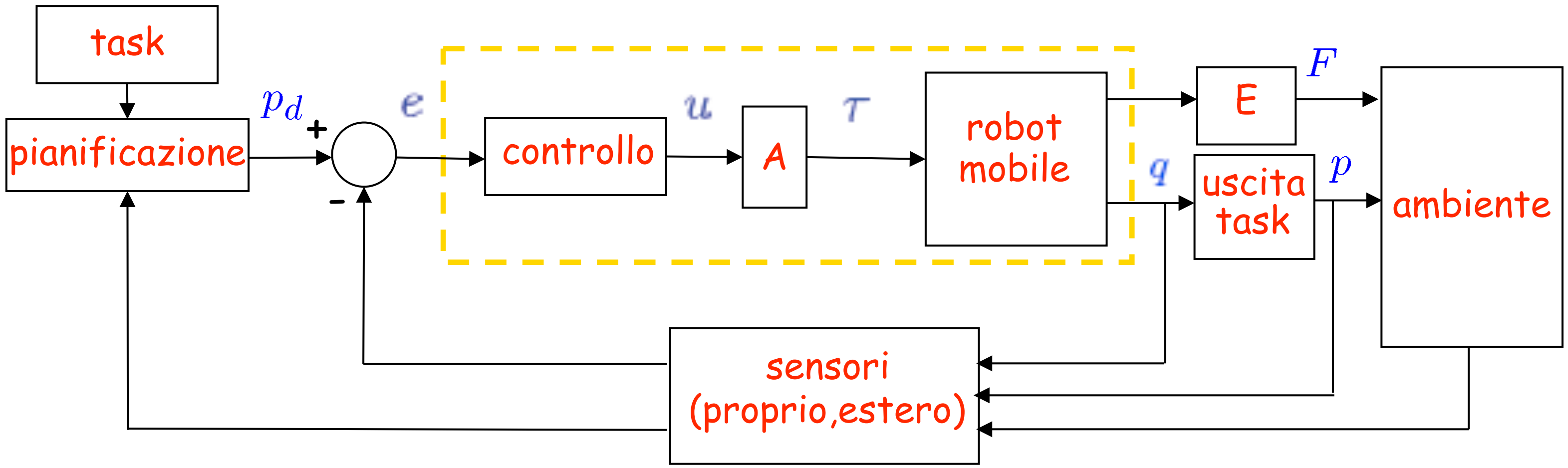
  - wall following



  - target tracking



Schema a blocchi di un robot mobile



attuatori (A) motori DC con riduttori

uscita task (anche identità)

effectors (E) manipolatore a bordo, pinza, …

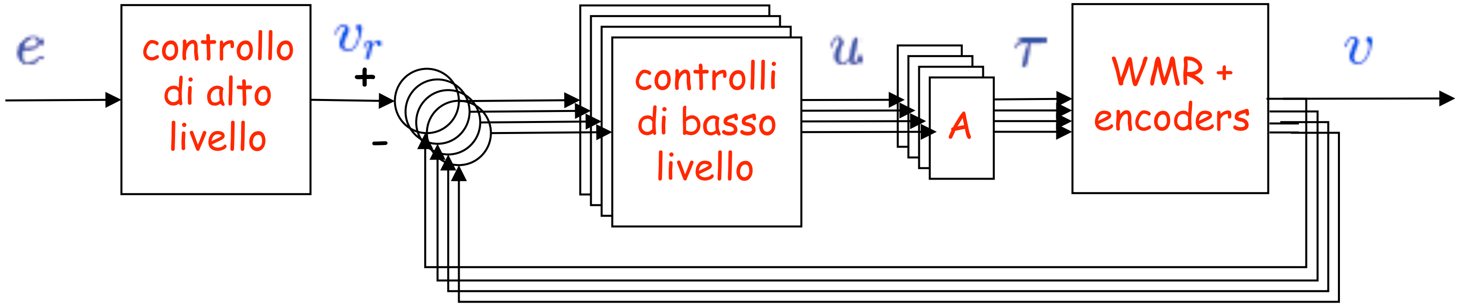
sensori

- propriocettivi: encoder, giroscopi, …
- esterocettivi: bumpers, rangefinders (IR = infrarossi, US = ultrasuoni), luce strutturata (laser+CCD), visione (mono, stereo, a colori, …)

controllo

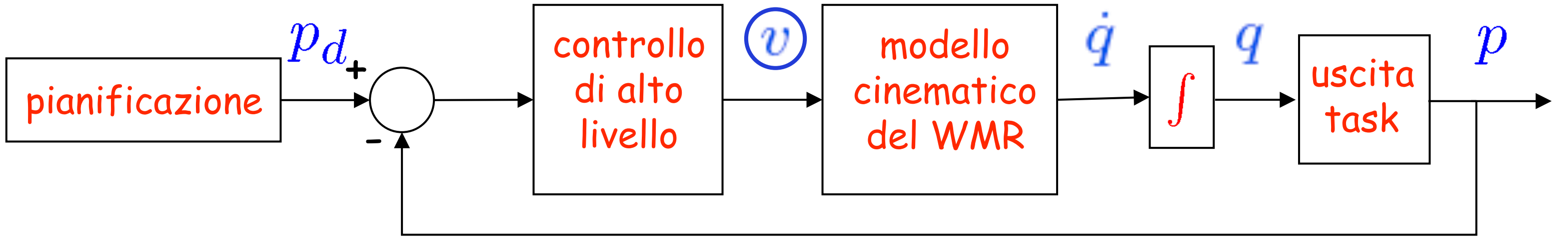
- alto / basso livello
- feedforward (dalla pianificazione) / feedback

Schema a blocchi di un robot mobile *(continua)*



$$\boxed{v = v_r}$$

controllo di basso livello: PI(D) analogico di velocità ad alto guadagno
o digitale a campionamento rapido



controllo di alto livello: puramente cinematico con comandi di velocità

Spazio delle configurazioni

per robot mobili su ruote

- corpo rigido (uno o piu' interconnessi)

  la "posa" è caratterizzata da un insieme di coordinate INDIPENDENTI

  $$\begin{array}{rl} & \text{\# totale di variabili descrittive (includendo tutti i corpi)} \\ - & \text{\# totale di vincoli OLONOMI (posizionali)} \\ \hline & \text{\# coordinate generalizzate} \end{array}$$

- ruote (di tipo diverso) in contatto con il suolo

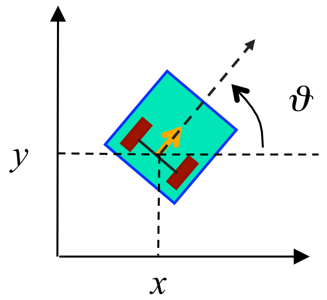
  (eventuali) coordinate INTERNE addizionali

spazio delle configurazioni $\mathcal{C}$

- parametrizzato attraverso q
- dim $\mathcal{C}$ = n

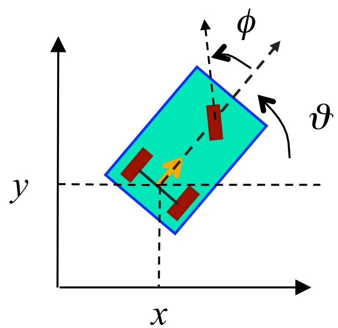
Spazio delle configurazioni *(continua)*

alcuni esempi



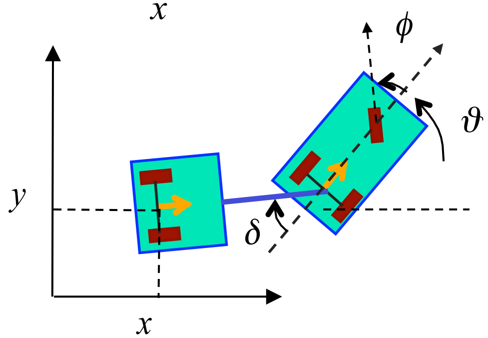
$$q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \vartheta \end{bmatrix}$$

dim $\mathcal{C}$ = 3



$$q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \vartheta \\ \phi \end{bmatrix}$$

dim $\mathcal{C}$ = 4

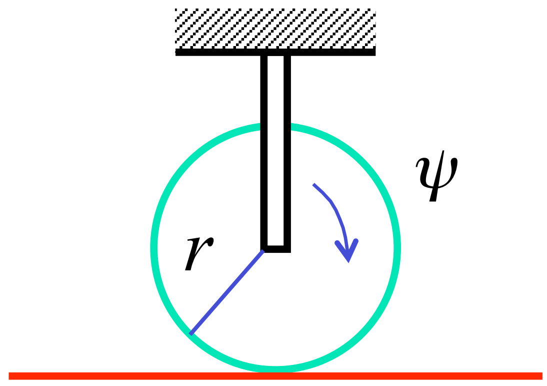


$$q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \vartheta \\ \phi \\ \delta \end{bmatrix}$$

dim $\mathcal{C}$ = 5

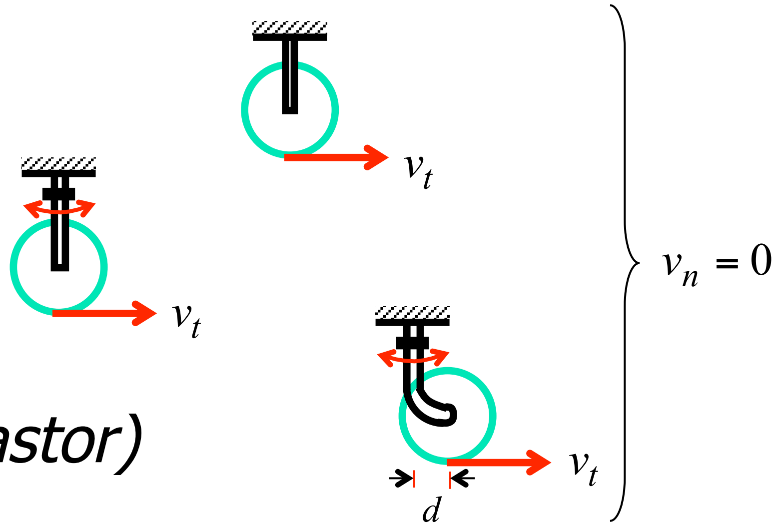
Spazio delle configurazioni *(continua)*

in tutti i casi precedenti, si può aggiungere a ***C*** l'angolo di rotolamento ψ di ciascuna ruota

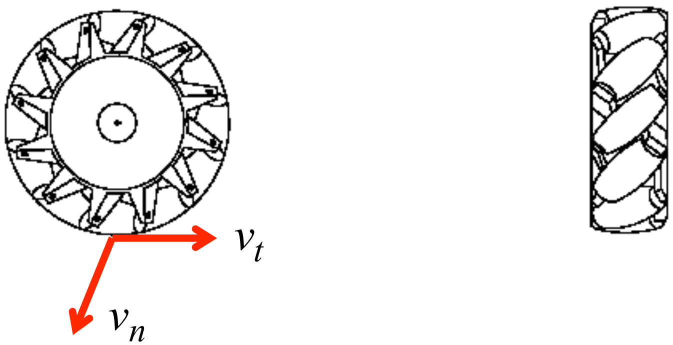


Tipologie di ruote

- convenzionali
  - fisse
  - orientabili centrate
  - orientabili disassate *(castor)*



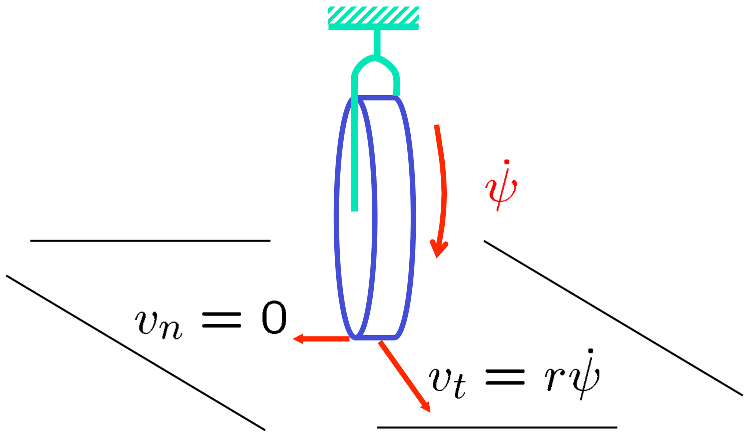
- omnidirezionali *(Mecanum/Swedish wheels)*



Vincoli anolonomi

- vincolo di puro rotolamento

  ogni ruota rotola senza slittare né longitudinalmente né lateralmente



  - contatto continuo
  - utile per il dead-reckoning (odometria)

- conseguenza geometrica

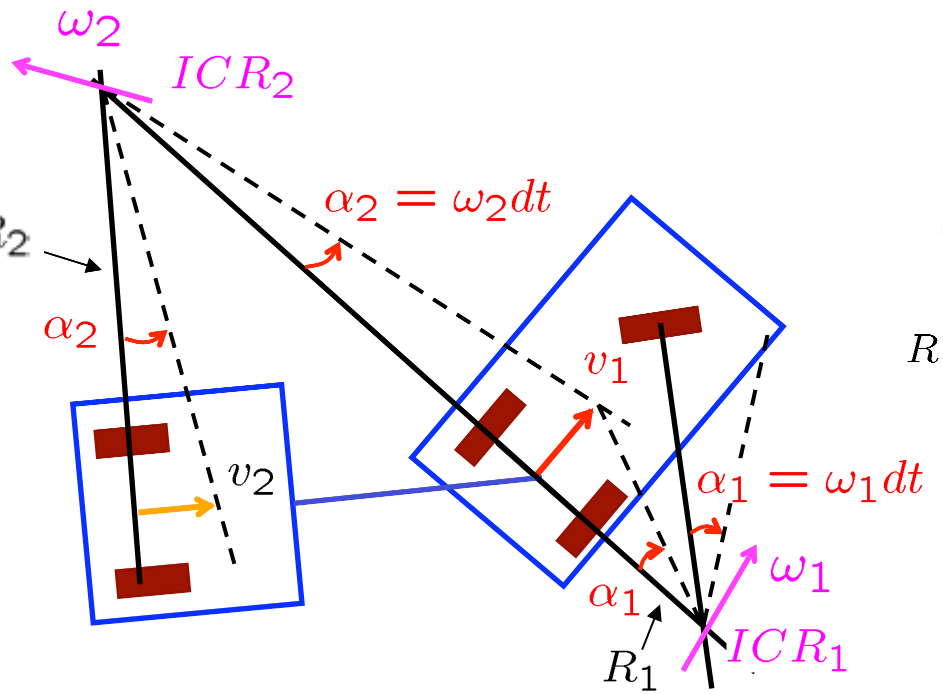
  esiste un centro di rotazione istantaneo (ICR = Instantaneous Center of Rotation) dove si intersecano gli assi di tutte le ruote (un ICR per ogni singolo chassis = corpo rigido)

Vincoli anolonomi *(continua)*

ICR: un calcolo grafico

$$\omega_2 = \frac{v_2}{R_2}$$

$$R_2 = |\overrightarrow{ICR_2 - P_2}|$$



input

$$\omega_1 = \frac{v_1}{R_1}$$

$$R_1 = |\overrightarrow{ICR_1 - P_1}|$$

sequenza di calcolo (con un po’ di trigonometria): $v_1 \rightarrow \omega_1$, $v_1 \rightarrow \omega_2 \rightarrow v_2$

Vincoli anolonomi *(continua)*

dai vincoli …

- la condizione $v_n = 0$ viene riscritta per ciascuna ruota in funzione delle coordinate generalizzate e delle derivate

$$a(q)\dot{q} = 0$$

- per N ruote, in forma matriciale

$$A(q)\dot{q} = 0$$

- N vincoli differenziali (lineari nelle velocità = in forma Pfaffiana)

parzialmente o completamente integrabili in

$$h_i(q) = 0 \quad i = 1, \ldots, k$$

⇓

riduzione di *C*

(dim n - k)

non integrabili

⇓

ANOLONOMI

$$q \in \mathcal{C}$$

ma $\dot{q} \in \ker(A)$

Vincoli anolonomi *(continua)*

... al moto ammissibile

$$A(q)\dot{q} = 0$$ non integrabili (anolonomi)

TUTTE le direzioni ammissibili si possono generare come

$$\dot{q} \in \ker A(q) \rightarrow \dot{q} = G(q)v$$

essendo

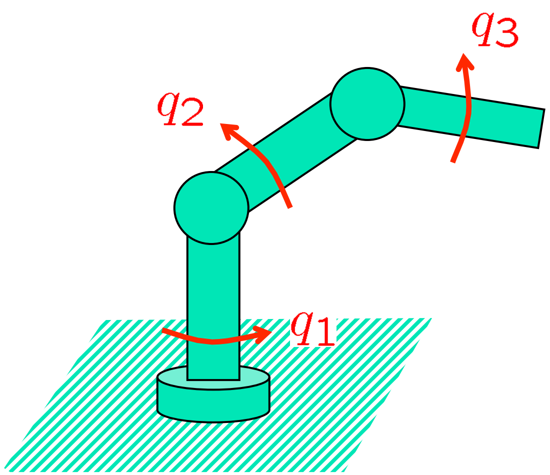
$$\mathrm{Im}\, G(q) = \ker A(q) \quad \forall q \in \mathcal{C}$$

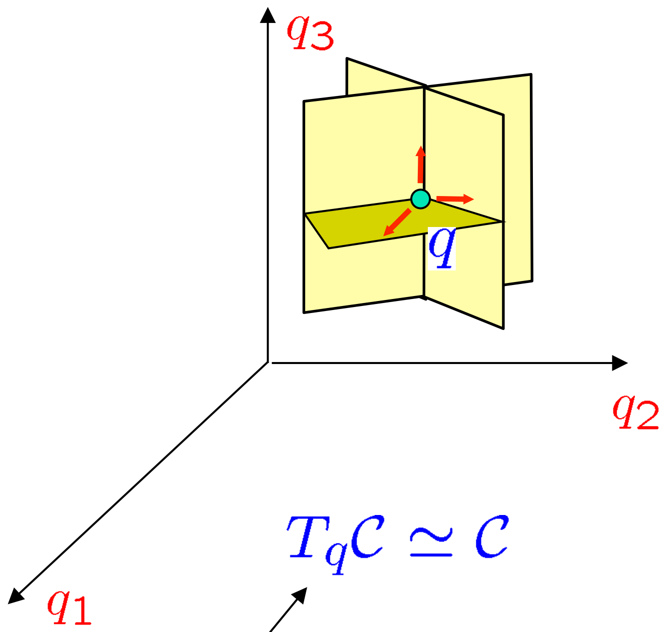
" l'immagine delle colonne della matrice *G*
coincide con il nucleo della matrice *A* "

Vincoli anolonomi *(continua)*

un confronto …

dim $\mathcal{C}$ = 3





$$T_q\mathcal{C} \simeq \mathcal{C}$$

manipolatore

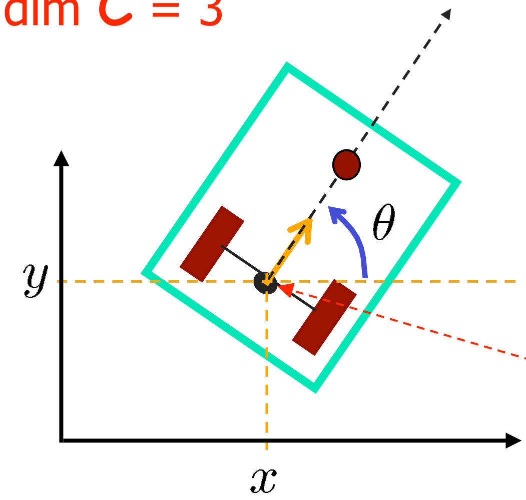
$$\dot{q} = v \quad (G(q) = I)$$

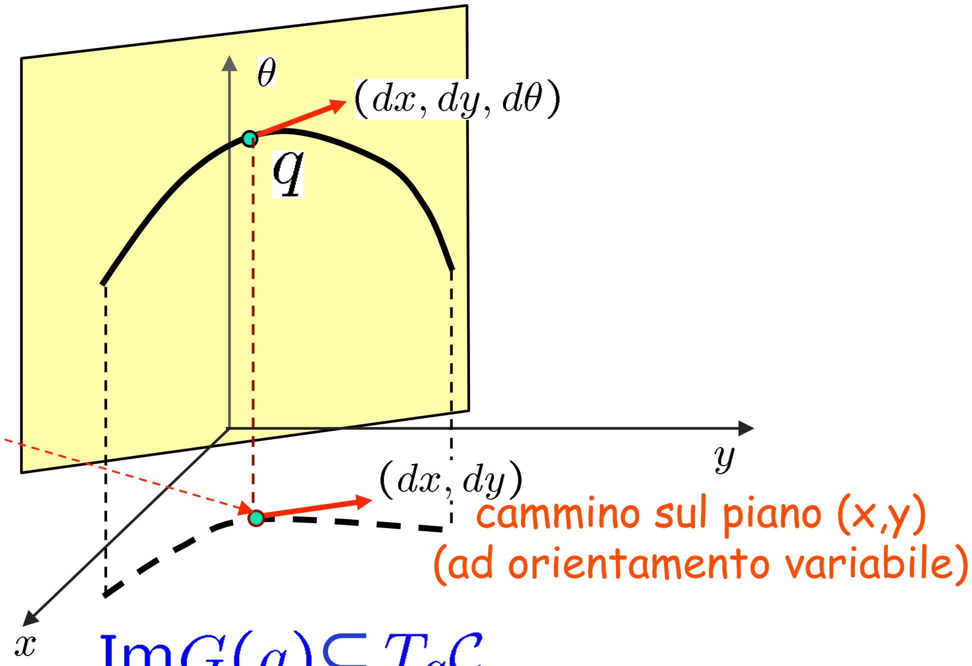
lo stesso numero di
comandi e velocità generalizzate!

lo spazio delle velocità ammissibili
è **tridimensionale** e coincide
con lo spazio tangente allo spazio
delle configurazioni del robot

Vincoli anolonomi *(continua)*

dim $\mathcal{C}$ = 3





robot mobile

$$\dot{q} = G(q)v$$

$$\mathrm{Im}\, G(q) \subset T_q\mathcal{C}$$

un numero minore di comandi
rispetto alle velocità generalizzate!

lo spazio delle velocità ammissibili
è qui **bidimensionale** (un sottospazio
dello spazio tangente)

Modello cinematico dei WMR

- fornisce tutte le direzioni di moto ammissibili istantaneamente
- mette in relazione gli ingressi in velocità con le derivate delle coordinate generalizzate (è un modello differenziale!)

$$\boxed{\dot{q} = G(q)v}$$

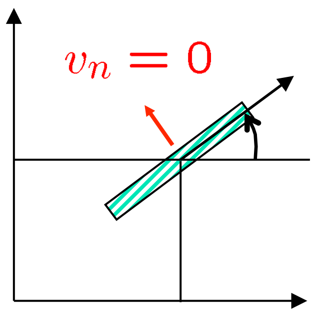
$q \in \mathcal{C} \quad \dim\mathcal{C} = n$ spazio delle configurazioni

$v \in \mathcal{V} \quad \dim\mathcal{V} = m$ spazio dei comandi

con $m < n$

- è necessario per
  - studio dell'accessibilità di $\mathcal{C}$ (ossia della controllabilità del sistema)
  - pianificazione di cammini/traiettorie ammissibili
  - sviluppo di algoritmi di controllo
  - localizzazione incrementale (odometria)
  - simulazione …

Uniciclo (ideale)



$$q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix}$$

$$\frac{dy}{dx} = \tan\theta \quad \rightarrow \quad \dot{y}\cos\theta - \dot{x}\sin\theta = 0$$

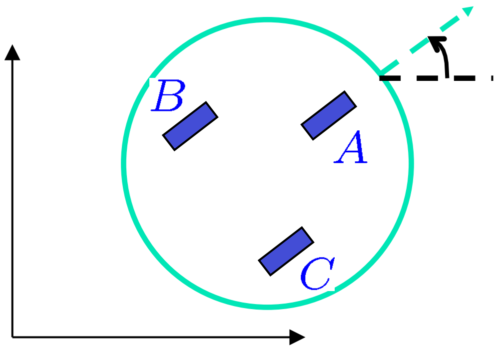
$$A(q) = \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta & 0 \end{bmatrix}$$

- la scelta di una base $G(q)$ nel nucleo di $A(q)$ può essere effettuata secondo considerazioni fisiche sul sistema reale

Uniciclo reale

a) tre ruote orientabili centrate [Nomad 200]

synchrodrive
(2 motori)



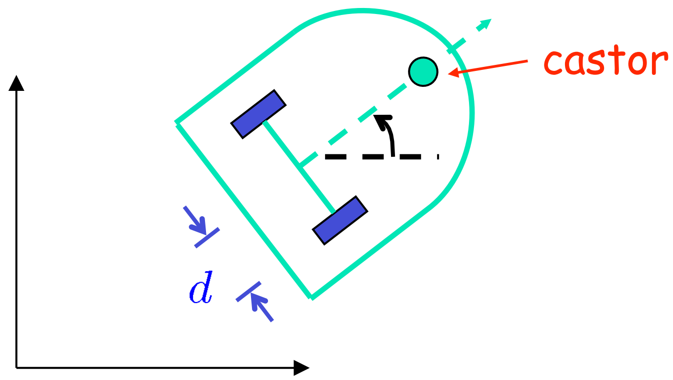
$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

1 = velocità lineare
2 = velocità angolare
del robot

$$\dot{\psi}_i = v_1/r \qquad i \in \{A, B, C\}$$
$$\dot{\beta}_i = v_2$$

Uniciclo reale

b) due ruote fisse + un castor [SuperMARIO, MagellanPro]



$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \frac{\cos\theta}{2} & \frac{\cos\theta}{2} \\ \frac{\sin\theta}{2} & \frac{\sin\theta}{2} \\ \frac{1}{2d} & -\frac{1}{2d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_R \\ v_L \end{bmatrix}$$

velocità lineari
delle ruote
(R = right, L = left)

$$\dot{\psi}_R = v_R/r \qquad \dot{\psi}_L = v_L/r$$

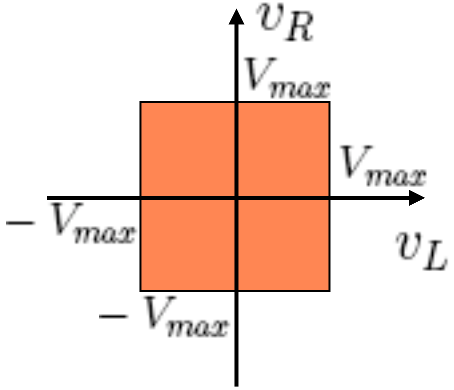
N.B. qui *d* è la lunghezza del semiasse (nel testo è l'intera distanza tra le ruote!!)

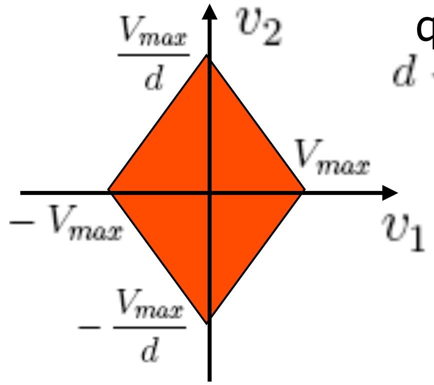
Equivalenza tra i due modelli

a) ⇔ b) mediante una trasformazione (invertibile e costante) tra ingressi

$$\begin{cases} v_1 = \dfrac{v_R + v_L}{2} \\ v_2 = \dfrac{v_R - v_L}{2d} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_R = v_1 + d v_2 \\ v_L = v_1 - d v_2 \end{cases}$$

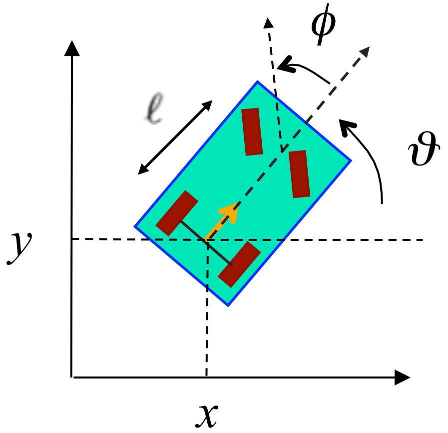
...però attenzione a come si trasformano eventuali limiti di velocità massima (uguali) sulle due ruote!





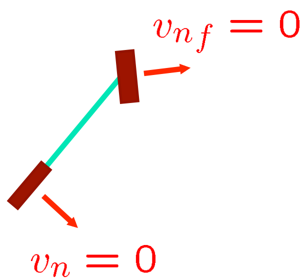
qui $d < 1$

Car-like

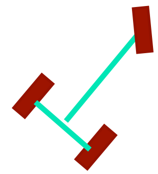


$$q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \vartheta \\ \phi \end{bmatrix}$$

ideale (vista "telescopica")



triciclo



con differenziale
sulle ruote posteriori

$$\begin{cases} \dot{y}\cos\theta - \dot{x}\sin\theta = 0 \\ \dot{y}_f\cos(\theta+\phi) - \dot{x}_f\sin(\theta+\phi) = 0 \end{cases}$$

$$x_f = x + \ell\cos\theta \qquad y_f = y + \ell\sin\theta$$

$$\Downarrow$$

$$A(q)\dot{q} = \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ -\sin(\theta+\phi) & \cos(\theta+\phi) & \ell\cos\phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}$$

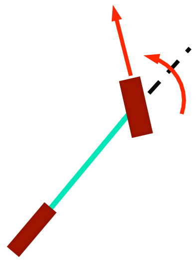
Car-like *(continua)*

- trazione anteriore (FD = Front wheel Drive)

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\phi & 0 \\ \sin\theta\cos\phi & 0 \\ (1/\ell)\sin\phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{1f} \\ v_2 \end{bmatrix}$$

velocità lineare e angolare della ruota anteriore

$\simeq$ modello cinematico di un uniciclo con rimorchio (ad es., Hilare 2-bis)



Car-like *(continua)*

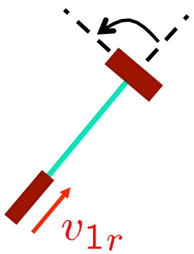
- trazione posteriore (RD = Rear wheel Drive)

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ (1/\ell)\tan\phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{1r} \\ v_2 \end{bmatrix}$$

velocità lineare della ruota posteriore (punto medio dell'asse)

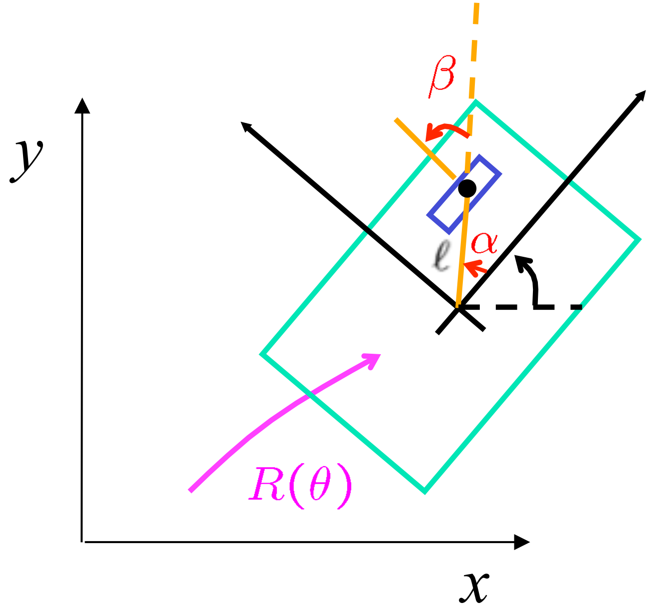
singolarità a $\phi = \pm\frac{\pi}{2}$

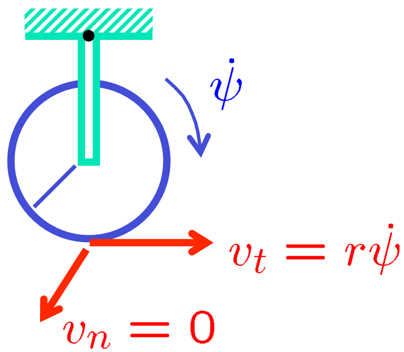
(il modello non è più valido)



Forma generale dei vincoli per tipologia di ruota

a) fisse *(f = fixed)* e orientabili centrate *(s = steerable)*



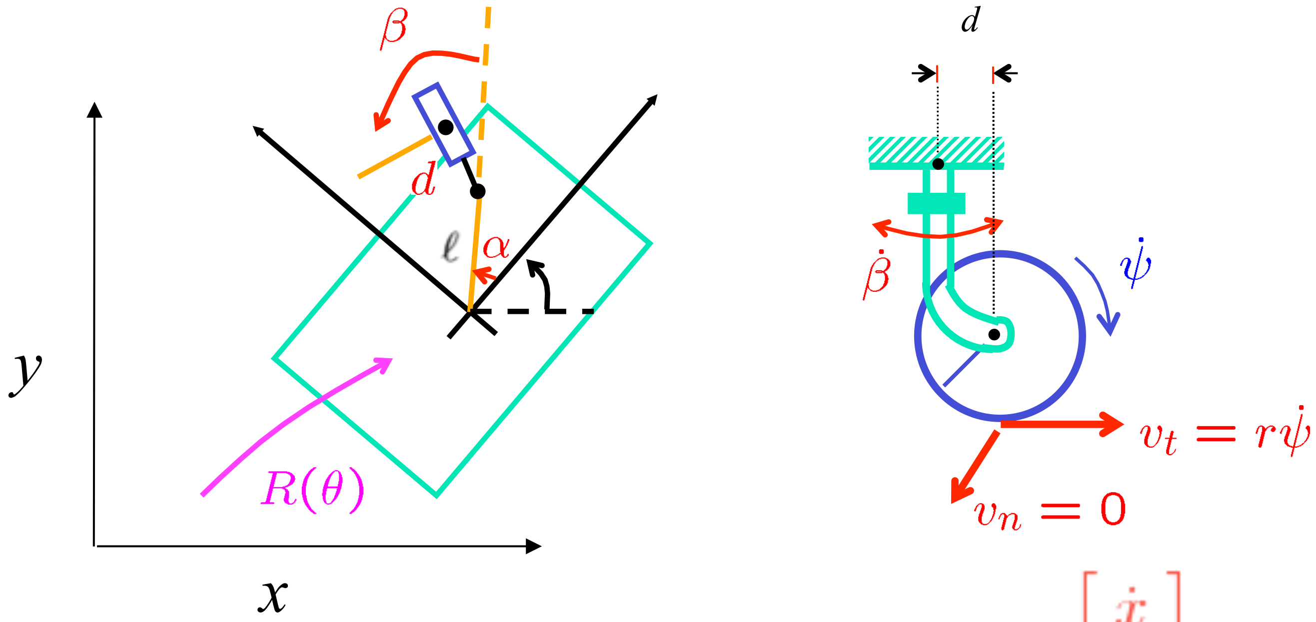


$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha+\beta) & \sin(\alpha+\beta) & \ell\sin\beta \end{bmatrix} R^T(\theta) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = 0$$

costante *(f)* o variabile *(s)*

Forma generale dei vincoli per tipologia di ruota *(continua)*

b) orientabili disassate *(o = steerable with off-set)*



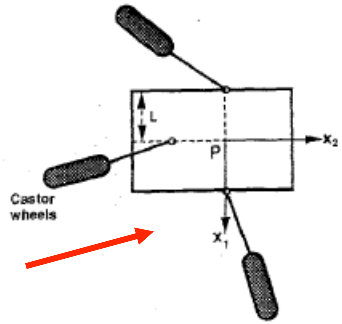
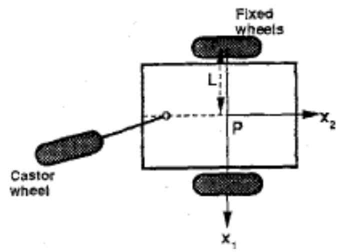
$$\left[\cos(\alpha+\beta) \;\; \sin(\alpha+\beta) \;\; d+\ell\sin\beta\right] R^T(\theta) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + d\dot{\beta} = 0$$

variabile

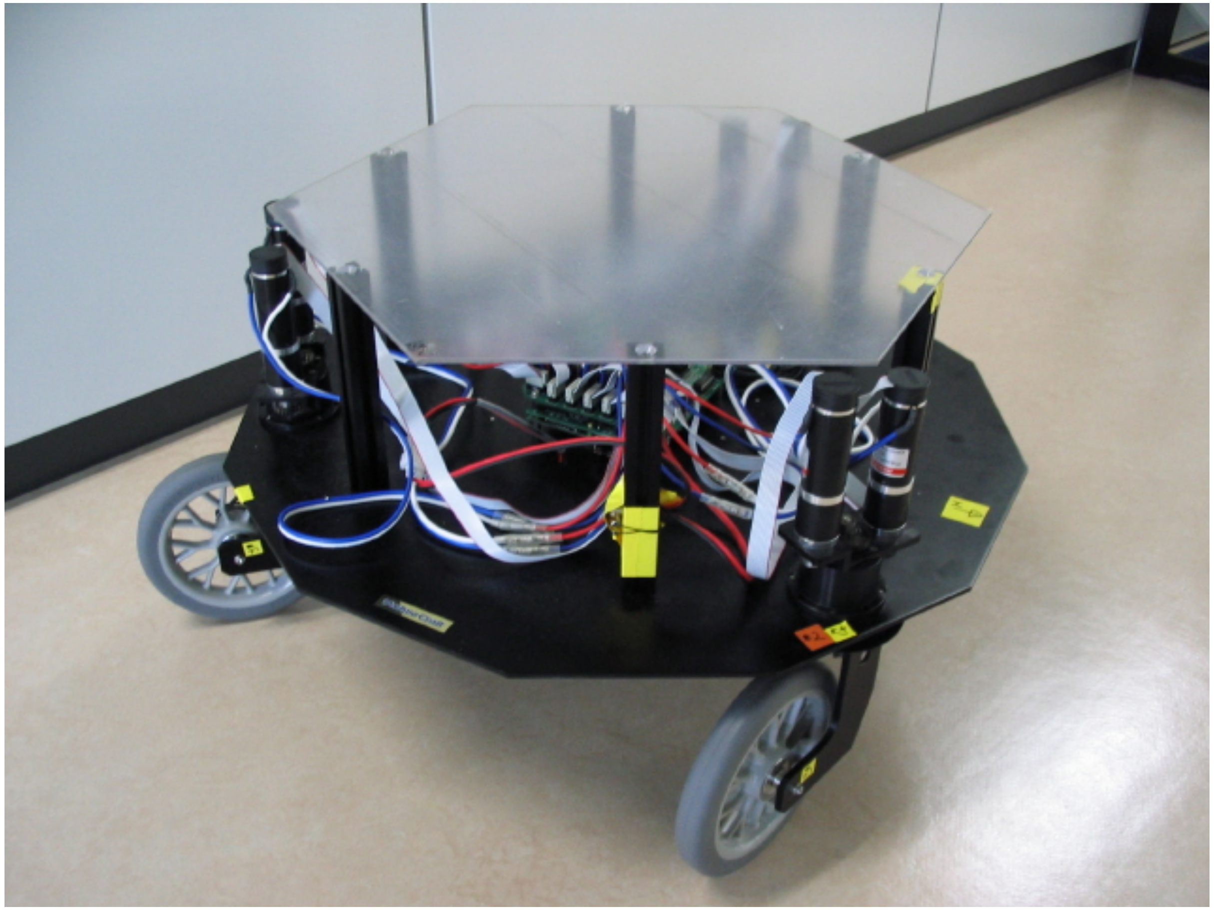
Possibili "classi" cinematiche

5 classi possibili per la cinematica dei WMR (singolo chassis)

$$N = N_f + N_s + N_o = \text{ numero di ruote}$$

classe	descrizione	esempio (N = 3)
I	$N_f = N_s = 0$ *è un WMR omnidirezionale!*	 $N_o = 3$
II	$N_s = 0$ $N_f \geq 1$ sullo stesso asse	 $N_f = 2$ $N_o = 1$

Esempio di WMR di classe I
(omnidirezionale)



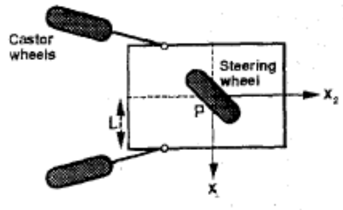
con tre ruote convenzionali disassate e attuate indipendentemente

Possibili "classi" cinematiche *(continua)*

III

$N_f = 0$

$N_s \geq 1$ sincronizzate se > 1

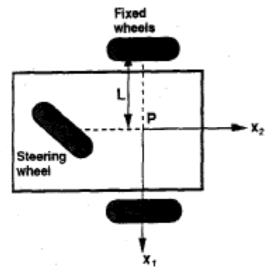


$N_s = 1$
$N_o = 2$

IV

$N_f \geq 1$ sullo stesso asse

$N_s \geq 1$ almeno una fuori dall'asse delle ruote fisse

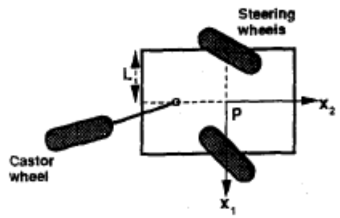


$N_f = 2$
$N_s = 1$

V

$N_f = 0$

$N_s \geq 2$ sincronizzate se > 2



$N_s = 2$
$N_o = 1$

- WMR nella stessa classe sono caratterizzati da stessa "manovrabilità"
- si ritrovano i modelli dei robot mobili già visti: SuperMARIO (classe II), Nomad 200 (classe III), car-like (classe IV)