Problemi di Personnel Scheduling

Docente: Renato Bruni

bruni@dis.uniroma1.it

Corso di: Ottimizzazione Combinatoria

Gestione di Turni del Personale

Personnel Scheduling = *attribuzione di turni a lavoratori in modo da:*

-rispettare un insieme di vincoli di servizio e un insieme di vincoli contrattuali

-ed eventualmente massimizzare le preferenze o minimizzare i costi

Problema importante e sempre più diffuso in molti ambiti

E' particolarmente vitale perché ovviamente lavoratori con turni stressanti sono poco motivati e non lavorano bene, mentre una gestione dei turni soddisfacente può risultare molto attrattiva nel mercato del lavoro

Si usa un orizzonte temporale (anche quando il problema avrebbe durata indefinita)

Occorrono modelli flessibili perché i dettagli del problema spesso variano nel tempo

Varianti del problema:

Turni di medici in ospedale

Turni di lavoratori in azienza

Orario delle lezioni (timetabling)

Scheduling di un torneo sportivo

Etc.

Struttura del Problema: i turni

$S = \{s_1,\ldots,s_m\}$ *insieme dei turni (slot di tempo da coprire, o task)*

Di solito i turni non sono tutti uguali. Esistono turni più scomodi (ad esempio lavorare di notte, nei weekend, etc, o comunque fare task che risultano più faticosi per vari motivi)

Questi turni vanno considerati in modo speciale nel valutare il carico di ogni lavoratore (ad esempio due persone A e B fanno gli stessi turni ma A ha molti turni di notte e B nessuno) oppure perché svolti solo da alcuni lavoratori con determinati obblighi contrattuali (i turni pesanti sono fatti solo da persone con un certo tipo di contratto, o con una certa anzianità, etc.)

Definiamo allora un insieme (o eventualmente più di uno) di turni «pesanti» o comunque speciali per qualche motivo $S_z \subseteq S$
e un insieme di turni «normali» $S_N = S - S_z$ (differenza insiemistica)

Struttura del Problema: le persone

$D = \{d_1,\ldots,d_q\}$ *Insieme dei lavori (o tipologie di lavori)*

Ad esempio lavorare per l'ufficio A o l'ufficio B, etc.

$G = \{g_1,\ldots,g_n\}$ *Insieme delle persone*

Ovviamente le persone possono avere diverse competenze e obblighi contrattuali. Allora:

G *è partizionato in gruppi* $G = G_1 \cup \ldots \cup G_t \ \wedge \ G_h \cap G_k = \emptyset$ *per* $k \neq h$

tali che le persone in G_k *sono omogenee per competenze (= sanno fare gli stessi lavori) e hanno gli stessi obblighi contrattuali*

le persone in ogni G_k *sono* n_k *e* $\sum_k n_k = n$

Struttura del Problema: le coperture

$D = \{d_1, \ldots, d_q\}$ *tipologie di lavori*

$G = \{g_1, \ldots, g_n\} = G_1 \cup \ldots \cup G_t$ *persone*

Per ogni lavoro d_h *ho*:

- *il numero di persone necessario* a eseguirlo nei turni «normali» a_h e nei turni «pesanti» b_h (ad esempio, per fare il lavoro d_1 servono 3 persone per ogni turno «normale» e 1 persona per ogni turno «pesante» - spesso nei turni pesanti la richiesta è minore)

- *l'insieme* H_h dei gruppi G_k di persone che possono eseguirlo, considerando competenze e obblighi contrattuali (ad esempio, se il lavoro d_1 può essere fatto dalle persone dei gruppi G_1 e G_2, ho $H_1 = \{1,2\}$)

Struttura del Problema: riposo e ferie

I lavoratori hanno diritto al riposo e alle ferie secondo certi criteri, regolati dal contratto e dalla normativa vigente (vedere ad esempio, Direttiva 2003/88/EC del Parlamento Europeo)

Dopo un turno di lavoro, deve esserci un riposo pari ad almeno r_1 turni

Dopo un turno di lavoro «pesante», devono passare almeno r_2 turni prima di avere un nuovo turno «pesante» (ma nel frattempo si possono fare turni normali)

Ogni anno si possono prendere fino a r_3 giorni di ferie. Normalmente, le ferie vengono negoziate, in modo da non lasciare scoperti servizi essenziali

Inoltre, le persone possono non essere disponibili per certi turni per diversi validi motivi, ad esempio si trovano per lavoro in altro luogo, oppure hanno impegni di altra natura sanciti contrattualmente, (o non vogliono certi turni, se è possibile scegliere) etc.

Struttura del Problema: bilanciamento

Anche se tutti i turni sono coperti e tutte i requisiti contrattuali sono rispettati, uno scheduling non è accettabile se non rispetta un certo livello di bilanciamento del carico di lavoro

Bilanciamento come numero di turni totali

… e bilanciamento come numero di turni «pesanti» !

Anche se si può dimostrare che in molti casi il numero di turni non può essere lo stesso per tutti (esempio banale: 5 turni e 2 persone)

Bisogna individuare criteri per suddividere il carico ragionevolmente

Inoltre, a seconda dei casi, le varie persone:

- *possono esprimere preferenze hard* (*vietando dei turni*)
- *possono esprimere preferenze soft* (*dando pesi personalizzati ai turni*)
- *non possono esprimere preferenze*

Modellazione del problema: coperture

Usiamo variabili binarie $x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se persona } i \text{ svolge il turno } j \\ & \text{con } i \in G \text{ e } j \in S \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

evitiamo variabili con 3 indici (tipo x_{ijk} persona i turno j luogo k, es. docente ora aula) perché aumenta a dismisura la dimensione

Ora possiamo esprimere i requisiti usando vincoli lineari

Copertura dei turni «normali» : *per ogni turno in S_N ho esattamente a_h persone*

$$\sum_{i \in G_k : k \in H_h} x_{ij} = a_h \qquad \forall j \in S_N ,\ h \in H$$

Copertura dei turni «pesanti» : *per ogni turno in S_Z ho esattamente b_h persone*

$$\sum_{i \in G_k : k \in H_h} x_{ij} = b_h \qquad \forall j \in S_Z ,\ h \in H$$

Modellazione del problema: riposo

Definiamo R(j,r)= insieme dei turni da j a j+r

Dopo un turno «normale» *riposo per almeno r_1 turni*

$$\sum_{r \in R(j,r_1)} x_{ir} \leq 1 \qquad \forall j \in S_N,\ i \in G$$

Dopo un turno «pesante» *niente turni pesanti per almeno r_2 turni*

$$\sum_{r \in R(j,r_2) \cap S_Z} x_{ir} \leq 1 \qquad \forall j \in S_Z,\ i \in G$$

Definendo U_i insieme dei turni non assegnabili alla persona i (*tenendo conto di ferie, indisponibilità, preferenze se ammissibili*)

$$x_{ij} = 0 \qquad \forall i \in G\ j \in U_i$$

o anche un insieme di assegnazioni forzate, se servono $x_{ij} = 1$

Modellazione del problema: bilanciamento

variabili reali y_k *= massimo numero di turni per gruppo* G_k

numero di turni fatto dalle persone del gruppo G_k *non supera* y_k

$$\sum_{j \in S} x_{ij} \leq y_k \qquad \forall\, i \in G_k \;,\; k=1,\ldots,t$$

variabili reali z_k *= massimo* «peso» *di turni per gruppo* G_k

pesi w_j = «peso» *di ogni turno secondo il gruppo* G_k

peso dei turni fatto dalle persone del gruppo G_k *non supera* z_k

$$\sum_{j \in S} w_j x_{ij} \leq z_k \qquad \forall\, i \in G_k \;,\; k=1,\ldots,t$$

o addirittura pesi personalizzati w_{ij} *se è il caso di permettere di esprimerli (c'è chi reputa pesante la sera, chi la mattina, etc.)*

in molti casi si cerca di non dare questa possibilità, per non complicare troppo l'accettazione dell'orario (se volevo la mattina e mi hanno dato la sera e invece un collega è stato esaudito, sorgono discussioni)

Modellazione del problema: obiettivo

L'obiettivo è minimizzare ogni y_k *e* z_k (*bi-obiettivo*) *e diventa ad esempio minimizzare la loro somma pesata*

$$\min (c_1 \sum_k y_k + c_2 \sum_k z_k)$$

oppure *perseguire un obiettivo e mettere un vincolo sull'altro*

$$\min \sum_k y_k$$

$$\sum_k z_k \leq c \qquad \text{(o limitare ogni singolo } z_k\text{)}$$

oltre ovviamente a tutti i vincoli visti prima

risulta un modello di PLI (*o più precisamente PLMI*), e *permette di inserire, se servono, condizioni aggiuntive specifiche del particolare problema*

In molti casi pratici può essere risolto con un solutore basato sul Branch&Bound (*cplex, gurobi, etc*) *o, se troppo grande, con euristiche* (*algortimi genetici, tabu search, simulated annealing, etc*)

Preferenze personalizzate

Nei casi in cui si possono esprimere preferenze totalmente personalizzare riceviamo anche:

preferenze $p_{ij} \in [0,1]$ = *gradimento della persona i per il turno j*

Potremmo aggiungere nell'obiettivo di min il seguente termine opportunamente pesato $\sum_i \sum_j (1-p_{ij})x_{ij}$

ma questo considera solo il totale delle «insoddifazioni», *e magari minimizzandolo una singola persona potrebbe essere anche molto insoddisfatta. In alternativa aggiungiamo altre variabili reali:*

v_k = *massima* «insoddisfazione» *per persone del gruppo* G_k

insoddisfazione dalle persone del gruppo G_k *non supera* v_k

$$\sum_{j \in S} (1-p_{ij})\, x_{ij} \le v_k \qquad \forall\, i \in G_k\ ,\ k=1,\dots,t$$

e il termine da aggiungere nell'obiettivo è $+\, c_3 \sum_k v_k$

oppure il vincolo da aggiungere è $\sum_k v_k \le c$ (o limitare ogni singolo v_k)