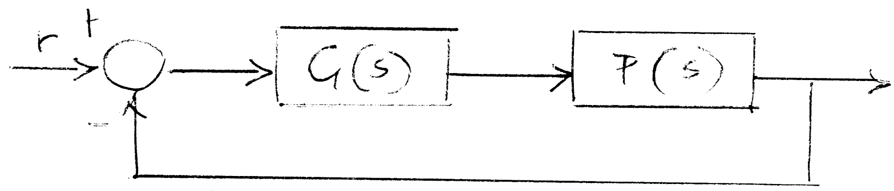
PROVA SCRITTA DI CONTROLLI AUTOMATICI – I MODULO DEL 5/6/2000

TRACCIA DI SOLUZIONE

(1)




$$G(s) = \frac{K_G}{s^h} R(s)$$

specifica su errore r.p. $\Longleftrightarrow$ tipo 1 $\Longleftrightarrow$ $h = 1$

Inoltre, essendo $P(s) = -\dfrac{(1+0.1s)(1-0.1s)}{(1+s)^2}$

conviene porre $K_G = -1$ in modo da rendere positivo il guadagno di $F(s) = G(s)P(s)$; ciò consentirà di ottenere la stabilità asintotica e in particolare $m_\varphi \geq 40°$ utilizzando una rete anticipatrice

Si ha il processo modificato

$$\hat{F}(s) = \frac{K_G}{s} P(s) = \frac{(1+0.1s)(1-0.1s)}{s(1+s)^2}$$

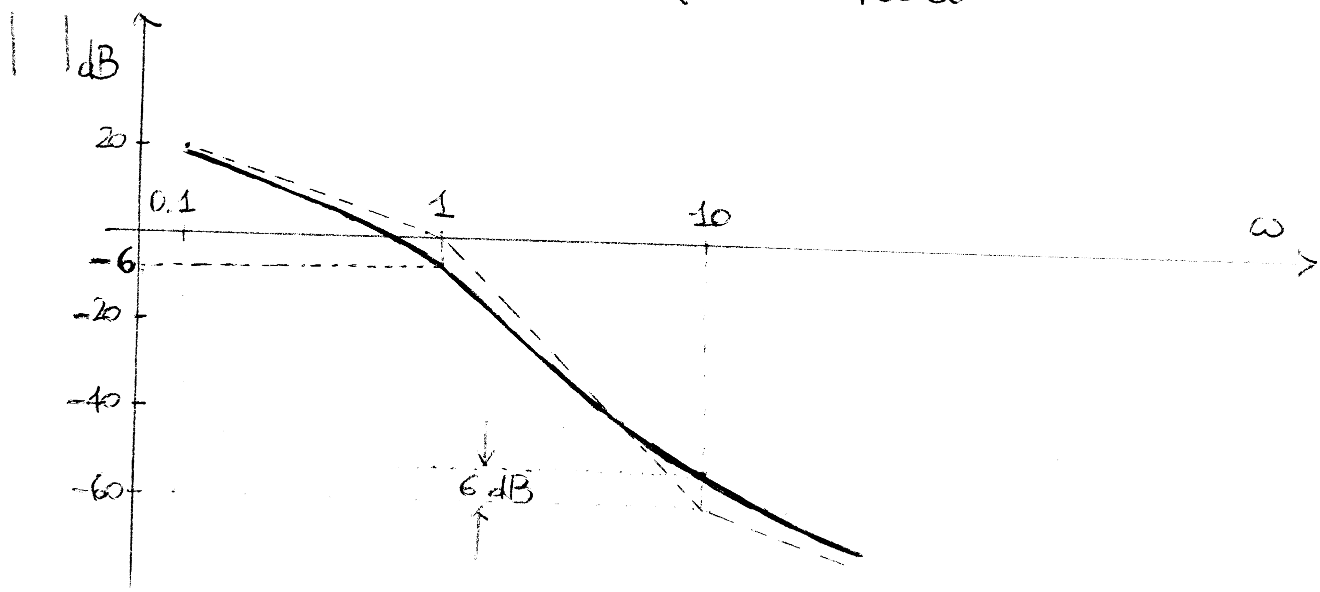
dai diagrammi di Bode di $\hat{F}(s)$ si deduce che è necessaria un'amplificazione di circa 6 dB e un anticipo $\geq 40°$ in corrispondenza a $\omega_t^* = 1$ rad/sec (si ricordi che $B_3 \simeq (1.5 \div 1.7) \cdot \omega_t$)

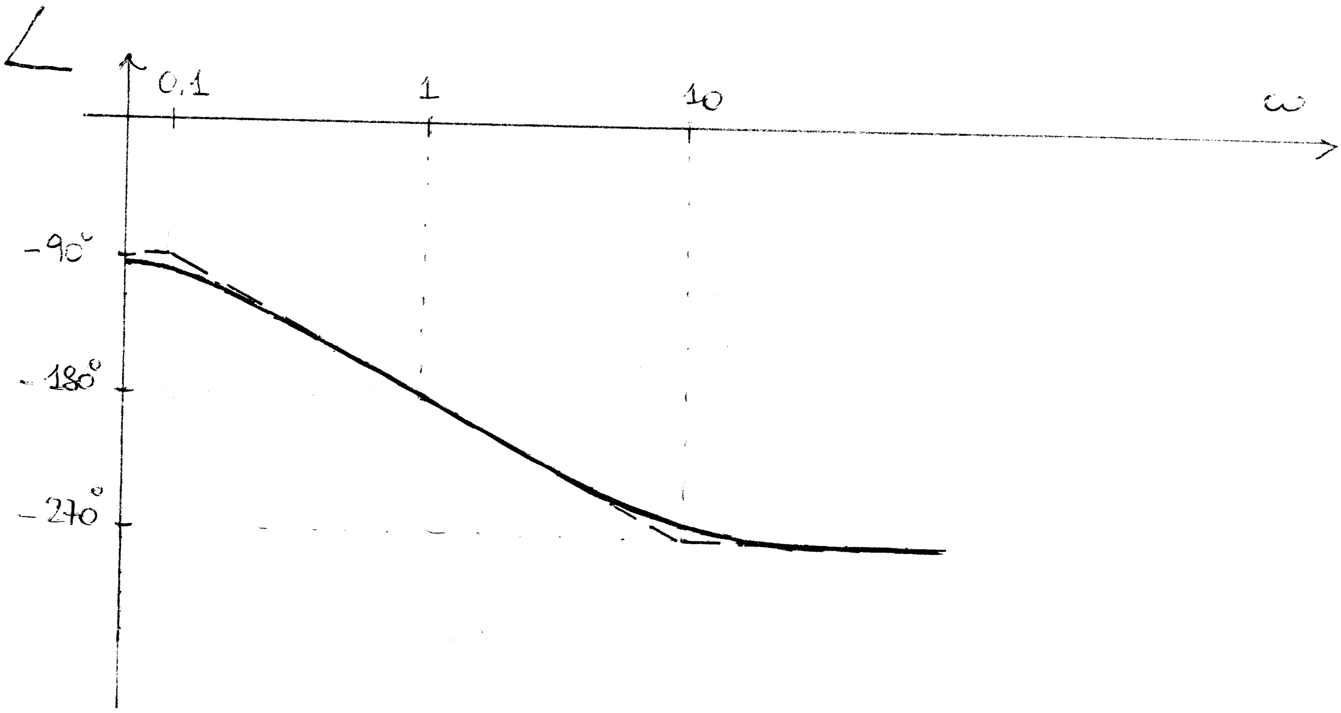
Una possibile soluzione è utilizzare una rete anticipatrice con $m_a = 6$ e pulsazione normalizzata $\omega\tau_a = 2$

$\Rightarrow$ $\omega\tau_a = 2$ per $\omega = \omega_t^* = 1$ $\Rightarrow$ $\tau_a = 2$

$$\Rightarrow R_a(s) = \frac{1+2s}{1+\frac{1}{3}s} \quad \Rightarrow \quad G(s) = \frac{-(1+2s)}{s\left(1+\frac{1}{3}s\right)}$$

Diag. di Bode di $\hat{F}(j\omega)$ { - - - asintotici
— reali



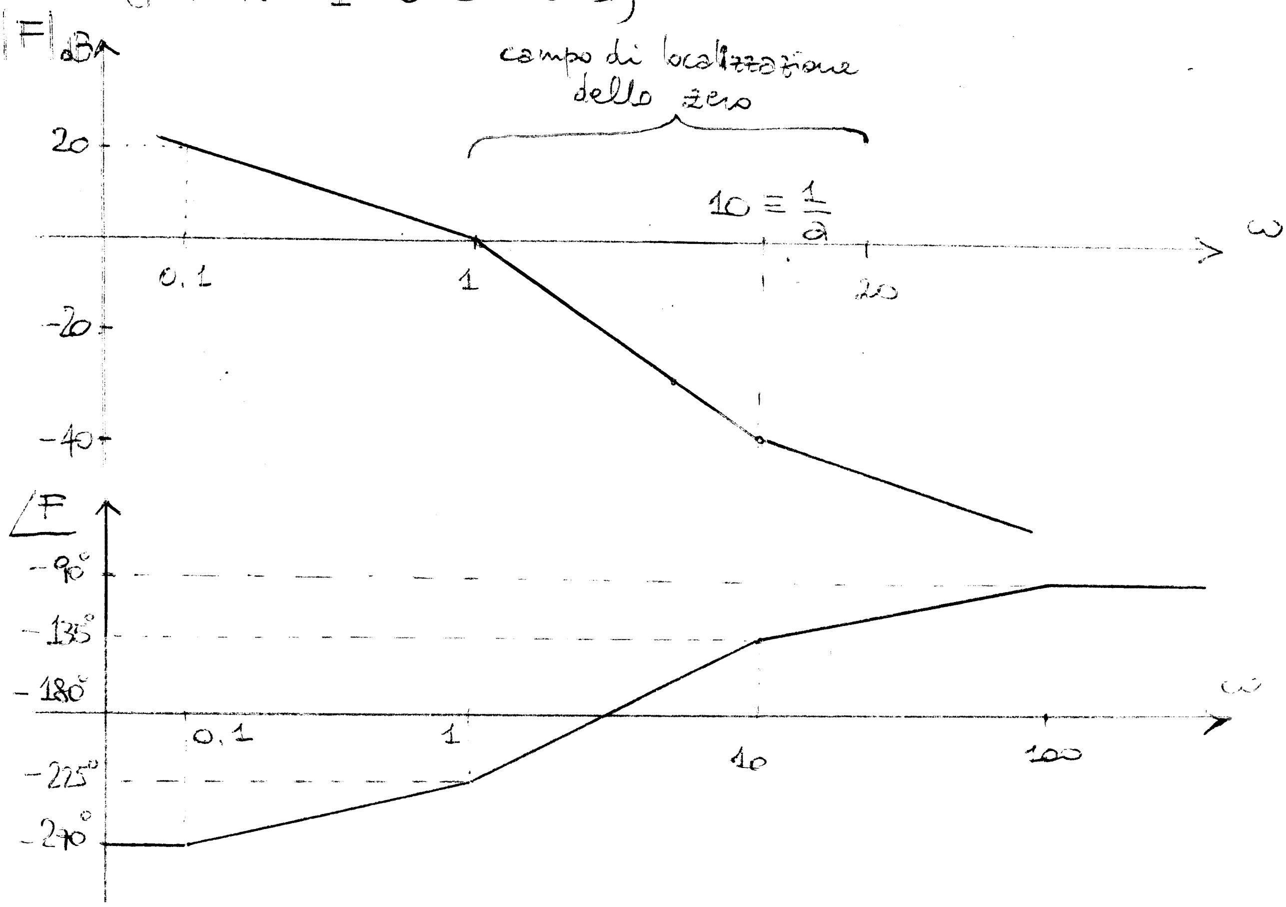




Il risultato finale è $\omega_t = 1$ rad/sec , $m_\varphi = 42°$

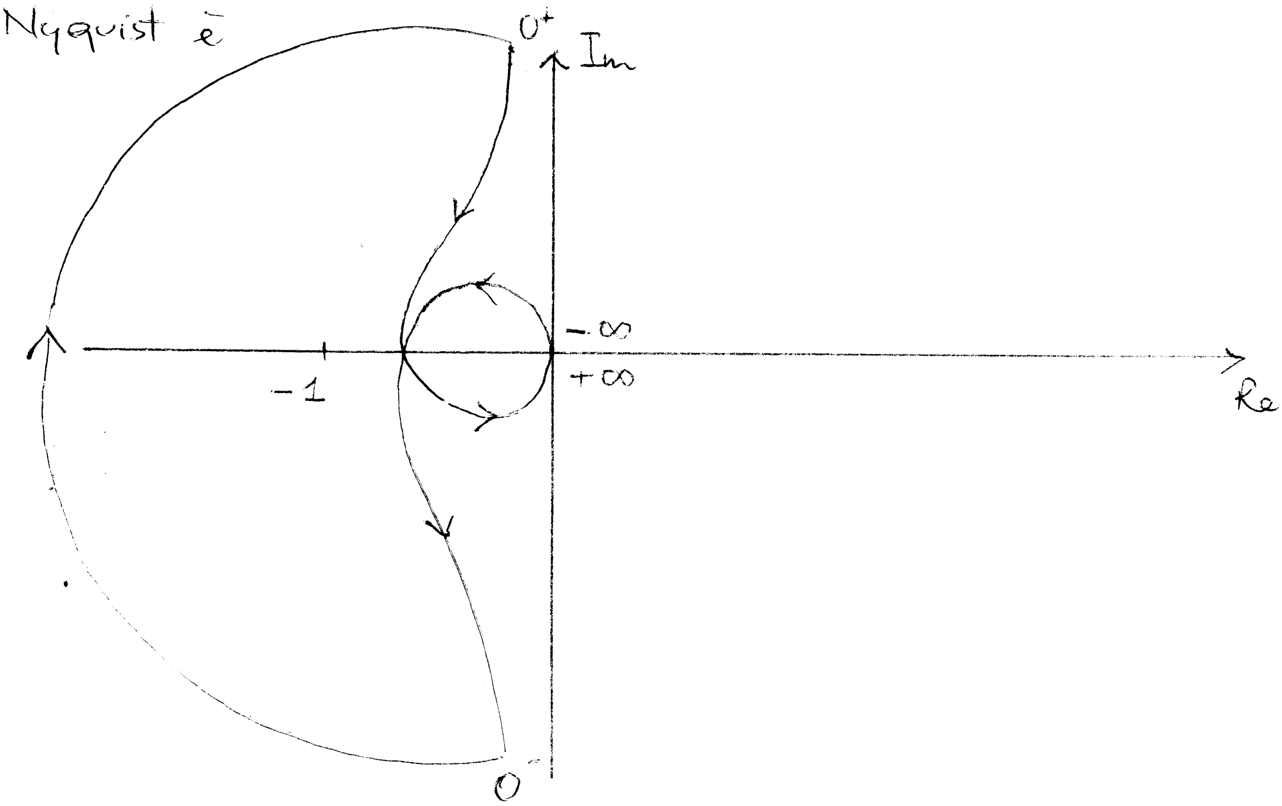
Calcolando $W(s) = \dfrac{F(s)}{1+F(s)}$ e diagrammando $|F(j\omega)|$

si trova $B_3 \simeq 1.8$ rad/sec , con una accuratezza accettabile.

② I diagrammi di Bode (asintotici) di $F(j\omega)$ sono i seguenti (per $K = 1$ e $a = 0.1$)




e non variano sostanzialmente al variare di $a$. Il diagramma di Nyquist è




a)

$N^{\circlearrowleft} = 1 \neq -n_F^+ = -1 \Rightarrow$ sistema INSTABILE ad anello chiuso

Per valori di $k$ prossimi a zero, si ha $N^{\circlearrowleft} = 0 \neq -n_F^+$

$\Rightarrow$ il sistema è INSTABILE ad anello chiuso

Per valori di $K$ sufficientemente grandi, si ha

$N^{\vee} = -1 = -n_F^+ \implies$ sistema ASINT. STABILE ad anello chiuso

Per individuare il valore critico di $K$, si osservi che la funzione di trasferimento ad anello chiuso è

$$W(s) = \frac{F(s)}{1+F(s)} = \frac{K(as+1)}{s(s-1)+K(as+1)}$$ il cui denominatore è

$$D_W(s) = s^2 + (Ka-1)s + K$$

e dunque si ha stabilità asintotica per $K > \frac{1}{a}$

b) Essendo $a > 0.05$, si ha $\frac{1}{a} < 20$, per cui $K > 20$ garantisce la stabilità asintotica in tutto il campo di variazione di $a$. Inoltre, l'errore a regime per un ingresso di riferimento pari a $3t$ vale (si noti che $F(s)$ è di tipo 1 e $K_F = -K$)

$$e = 3 \cdot e_1 = 3\frac{1}{K_F} = -\frac{3}{K}$$ e dunque si deve avere

$$\left|-\frac{3}{K}\right| \leq 0.1 \implies K \geq 30$$ che garantisce anche la stabilità asintotica ad anello chiuso.