

Sistemi di Controllo

Prof. Giuseppe Oriolo

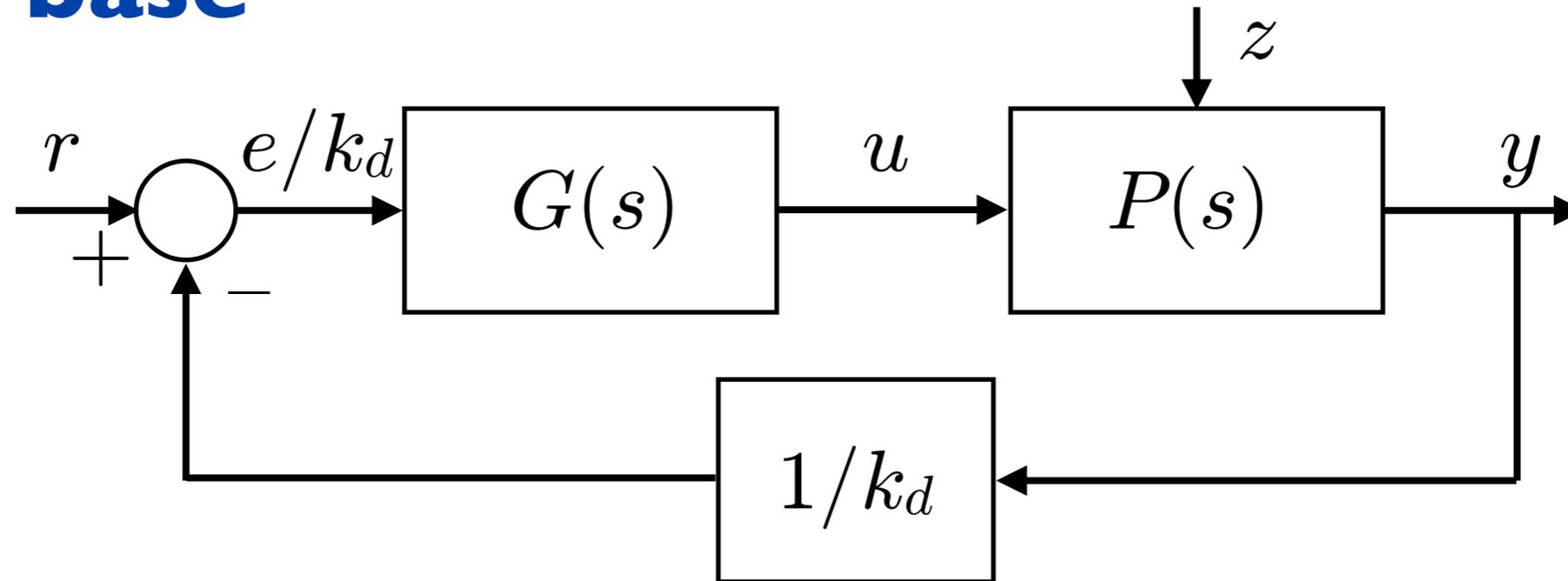
Progetto in frequenza

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INFORMATICA
AUTOMATICA E GESTIONALE ANTONIO RUBERTI



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

idea di base



- una metodologia `classica' basata sull'uso di **FdT** come modelli e di **grafici** (ddB della risposta armonica) come strumenti
- **hyp**: la FdT del processo $P(s)$ è **priva di poli con $Re[] > 0$**
- ad anello aperto si avrà quindi **$n_F^+ = 0$** (purché anche la FdT del controllore $G(s)$ sia priva di poli con $Re[] > 0$)
- per garantire che il SdC sia AS basterà quindi imporre **$m_\varphi > 0$** e **$k_F > 0$** (criterio di Bode)

- le specifiche sulla precisione di risposta a regime permanente e sull'attenuazione/reiezione dei disturbi vengono soddisfatte intervenendo sulla FdT $F(s)=G(s)P(s)$ del sistema ad anello aperto; in particolare, **scegliendo opportunamente il guadagno del controllore e inserendo in quest'ultimo elementi integratori o risonanti**
- anche le specifiche sulla precisione di risposta a regime transitorio vengono convertite in condizioni sul sistema ad anello aperto, e in particolare sulla sua risposta armonica $F(j\omega)$: **$\omega_t \geq \omega_{t,\min}$ e $m_\varphi \geq m_{\varphi,\min}$**
- approccio **conservativo**: ci si pone l'obiettivo di conseguire dei valori $\omega_t^* = \omega_{t,\min}$ e $m_\varphi^* = m_{\varphi,\min}$ per semplificare il progetto e ridurre la complessità del controllore

- il controllore viene sempre progettato nella forma

$$G(s) = \frac{k_G}{s^h} R(s)$$

- la costante k_G serve ad aumentare il guadagno del ramo diretto in modo da soddisfare specifiche sull'entità dell'errore a regime e_k o della risposta a regime ai disturbi y_z
- i poli nell'origine s^h ($h = 0,1,2\dots$) vengono usati per conseguire il tipo richiesto o a ottenere astaticismo rispetto ai disturbi
- la **funzione compensatrice** $R(s)$ ha il compito di modificare i ddB di $F(j\omega)$ per garantire AS e specifiche sul transitorio
- se necessario, in $G(s)$ vengono aggiunti elementi risonanti puri per riproduzione (reiezione) di riferimenti (disturbi) sinusoidali

algoritmo di progetto in frequenza

1. scegliere il (minimo*) numero h di poli nell'origine necessario per conseguire tipo e/o astatismo richiesto
2. scegliere il (minimo*) valore di $|k_G|$ necessario per soddisfare le specifiche su e_k o y_z , e scegliere il segno di k_G in modo che si abbia $k_F > 0$
3. tracciare i ddB della FdT del **processo modificato**

$$\hat{F}(s) = \frac{k_G}{s^h} P(s)$$

e valutare se i valori di ω_t e m_φ sono adeguati; in caso contrario, proseguire

4. scegliere una funzione compensatrice $R(s)$ che modifichi i ddB di $\hat{F}(s) = F(s)R(s)$ in modo da ottenere ω_t^* e m_φ^*

* approccio conservativo

- il calcolo di k_G al passo 2 si effettua assumendo che la funzione compensatrice $R(s)$ abbia guadagno $k_R=1$ e imponendo la disequazione sull'entità di e_k o y_z
- mentre le scelte ai passi 1, 2, 3 sono univocamente determinate, **la scelta della funzione compensatrice $R(s)$ al passo 4 non è unica**
- per non violare le specifiche a regime sull'errore o sulla risposta al disturbo, già soddisfatte con la scelta di k_G al passo 2, $R(s)$ dovrà avere guadagno **$k_R \geq 1$**
- in generale, è sempre possibile sintetizzare $R(s)$ usando una combinazione di due **funzioni compensatrici elementari**, dette **anticipatrice e attenuatrice**, con l'eventuale aggiunta di un guadagno ≥ 1

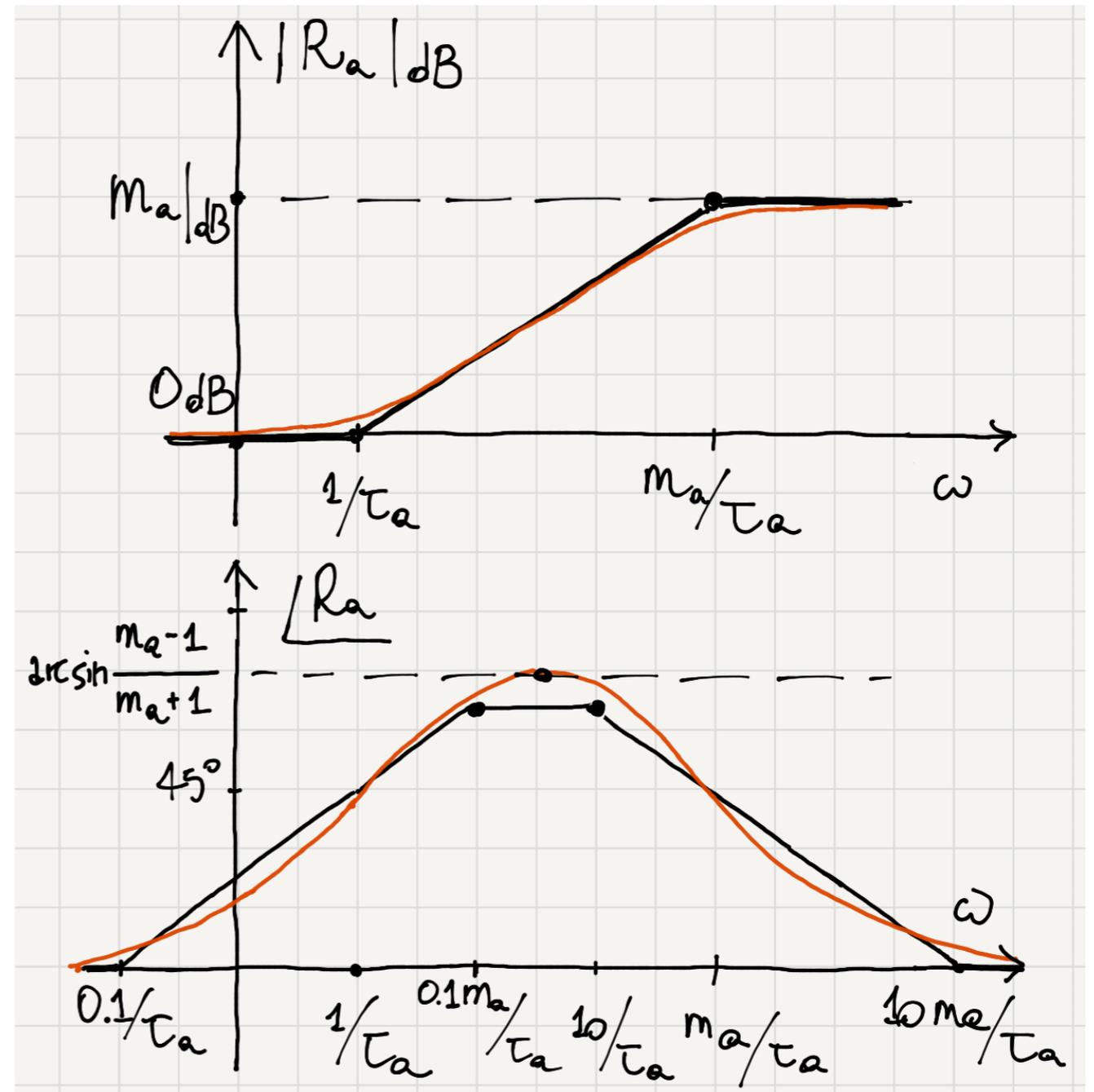
funzioni compensatrici elementari

- guadagno unitario, un polo e uno zero
- funzione **anticipatrice**

$$R_a(s) = \frac{1 + \tau_a s}{1 + \frac{\tau_a}{m_a} s}$$

con $\tau_a > 0, m_a > 1$

- max amplificazione m_a
- max anticipo $\arcsin \frac{m_a - 1}{m_a + 1}$
- **anticipo in banda** (**beneficio**)
- **amplificazione oltre una certa frequenza** (**effetto collaterale**)



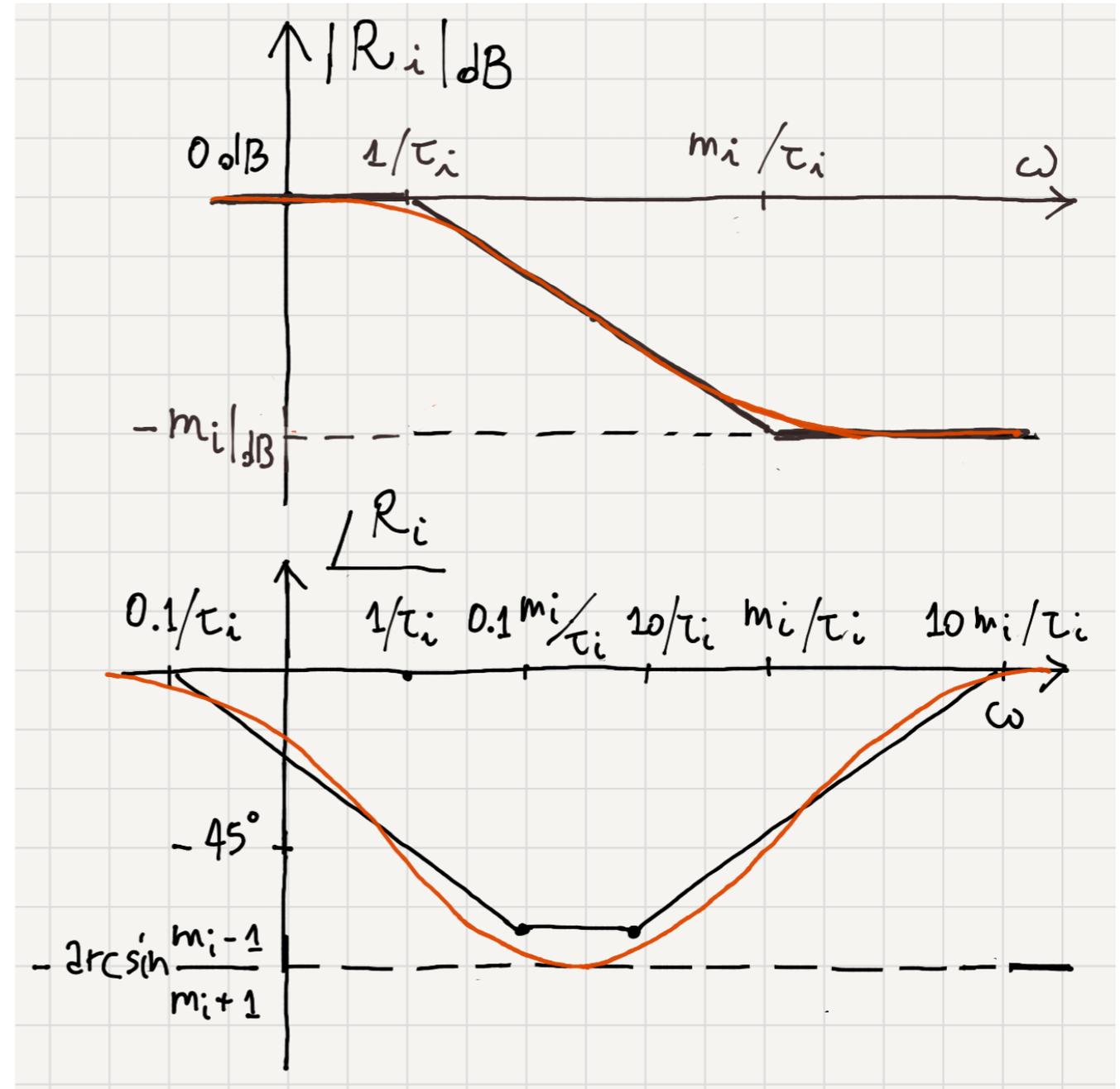
- funzione **attenuatrice**

$$R_i(s) = \frac{1 + \frac{\tau_i}{m_i}s}{1 + \tau_i s}$$

con $\tau_i > 0, m_i > 1$

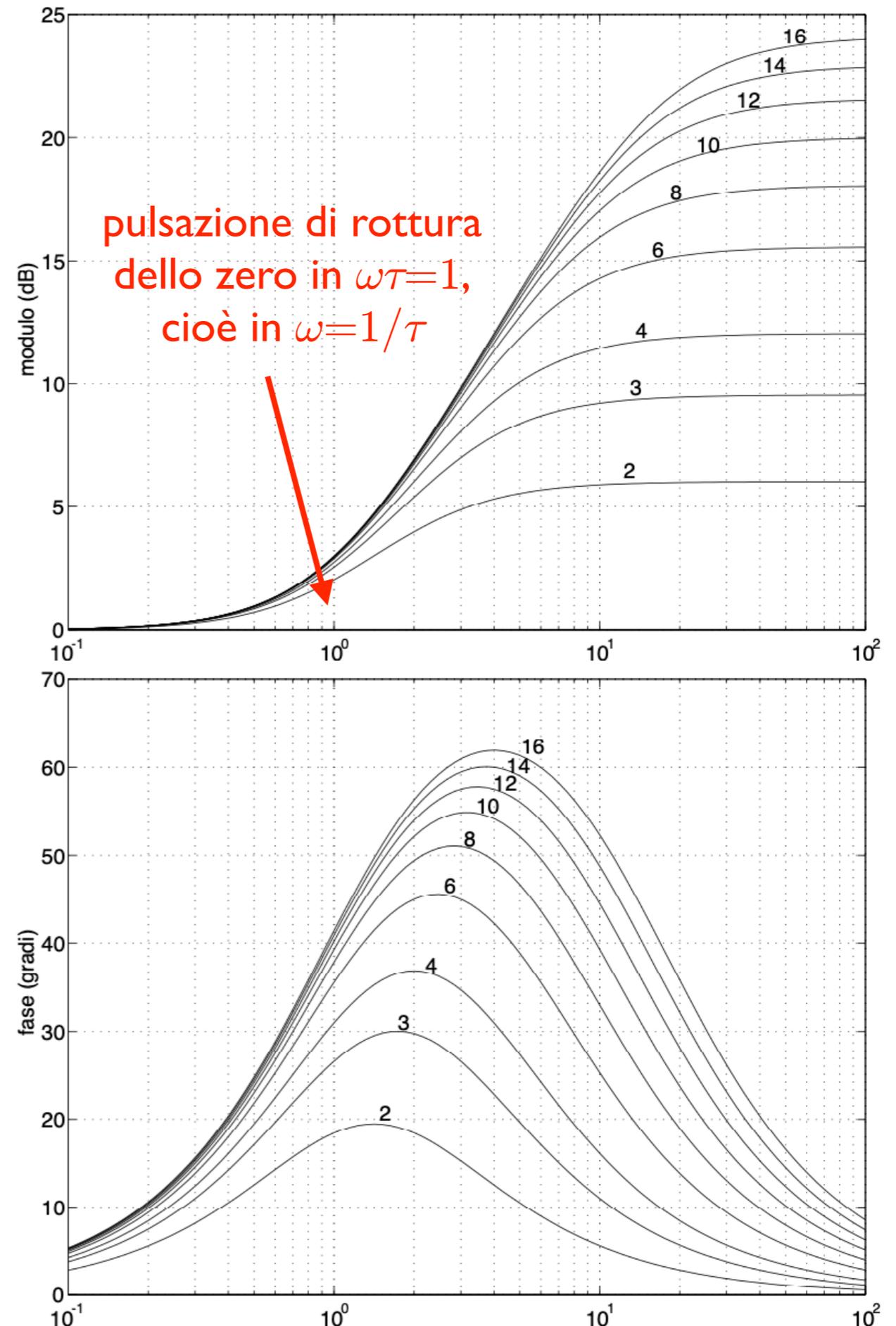
- max attenuazione $-m_i$

- max ritardo $-\arcsin \frac{m_i - 1}{m_i + 1}$



- **ritardo in banda** (**effetto collaterale**)
- **attenuazione oltre una certa frequenza** (**beneficio**)
- entrambe le funzioni prendono il nome dal rispettivo beneficio

- per la scelta della funzione compensatrice è comodo usare i **diagrammi universali**
- rappresentano modulo e fase delle funzioni anticipatrici al variare di m
- in ascissa compare la **pulsazione normalizzata** ωT
- valgono anche per le funzioni attenuatrici, pur di attribuire segno negativo alle ordinate

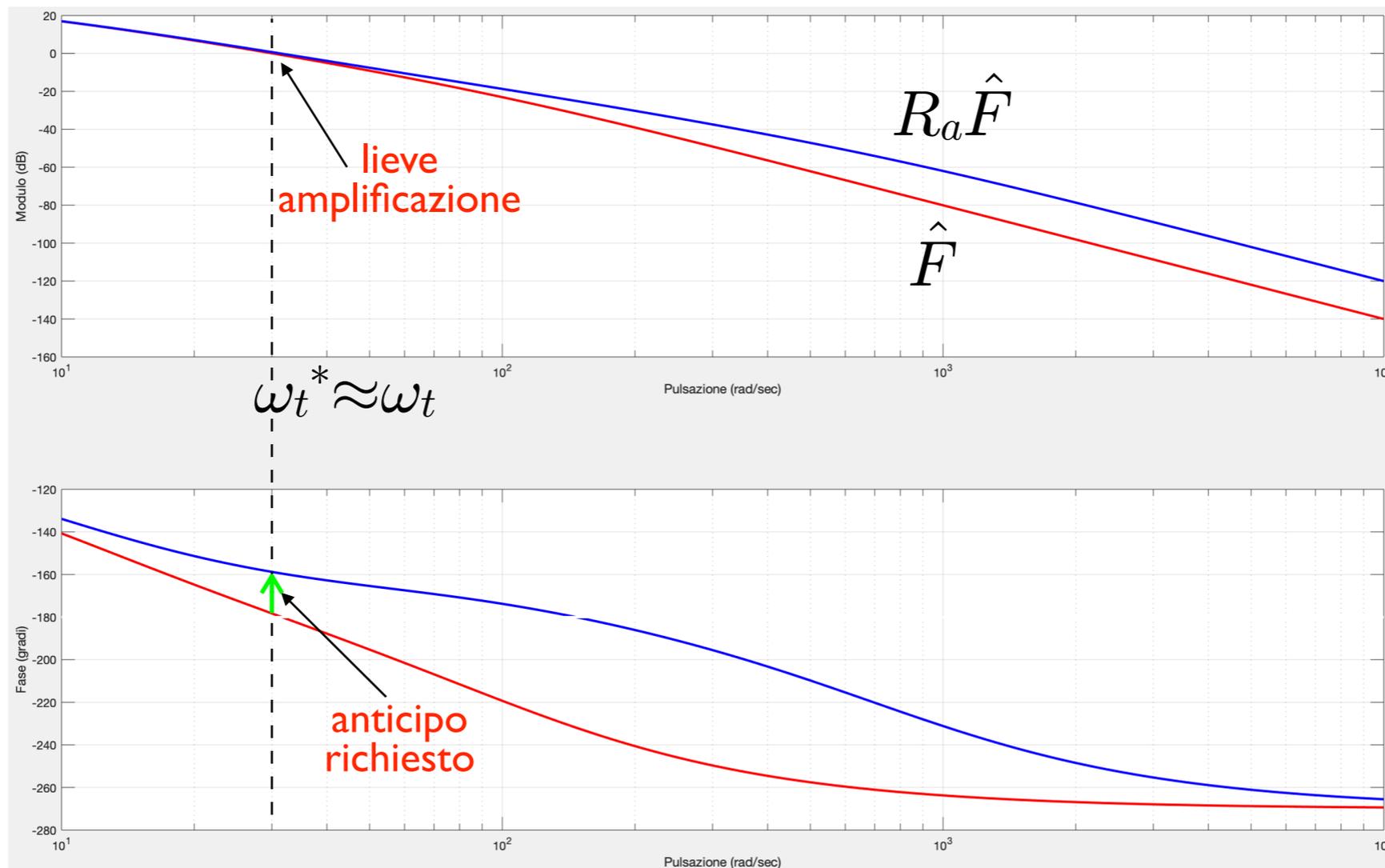


- m determina l'intensità dell'azione compensatrice (anticipo o attenuazione) mentre τ ne stabilisce la collocazione in frequenza
- in genere, per le funzioni anticipatrici è opportuno scegliere un valore di $\omega\tau$ "piccolo" (e.g., in $[0.1, 1]$) in modo da ottenere alla pulsazione ω l'anticipo necessario (beneficio) mantenendo però limitata l'amplificazione (effetto collaterale)
- al contrario, per le funzioni attenuatrici si deve scegliere un valore di $\omega\tau$ "grande" (e.g., in $[50, 100]$) per ottenere alla pulsazione ω l'attenuazione necessaria (beneficio) mantenendo però limitato il ritardo (effetto collaterale)
- una volta che si sia scelto un valore p di $\omega\tau$, per collocare la corrispondente azione compensatrice in ω_t^* si pone $\tau = p/\omega_t^*$

compensazione: casi tipici

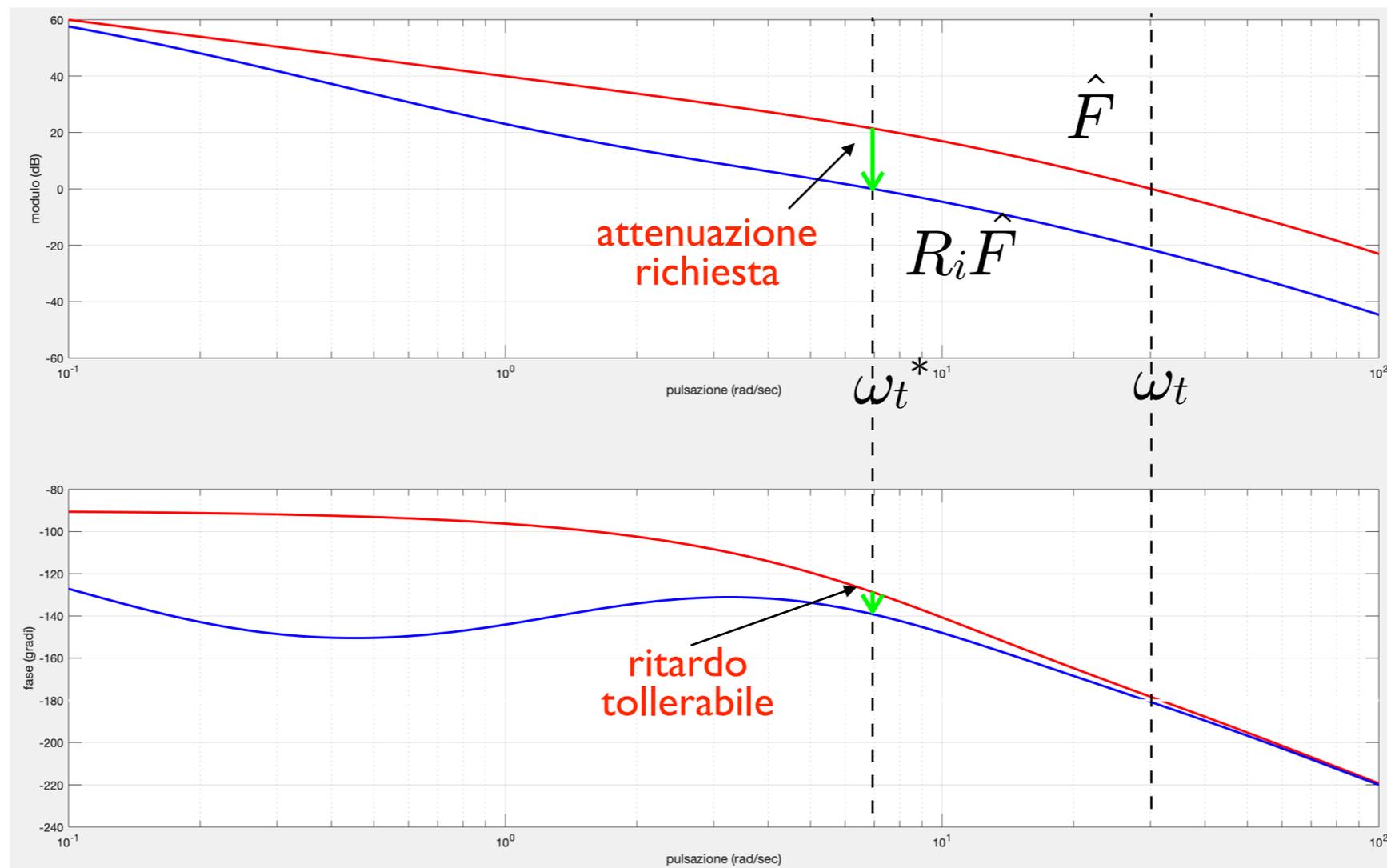
I. è necessario aumentare m_φ senza modificare ω_t ($\omega_t^* \approx \omega_t$)

- si deve anticipare la fase in ω_t di almeno $m_\varphi^* - m_\varphi = m_\varphi^* - 180^\circ - \angle \hat{F}(j\omega_t)$, senza però amplificare significativamente il modulo
- usare una **funzione anticipatrice** con (1) m in grado di fornire l'anticipo richiesto (2) ω_T sufficientemente "piccola", e collocare l'anticipo in ω_t



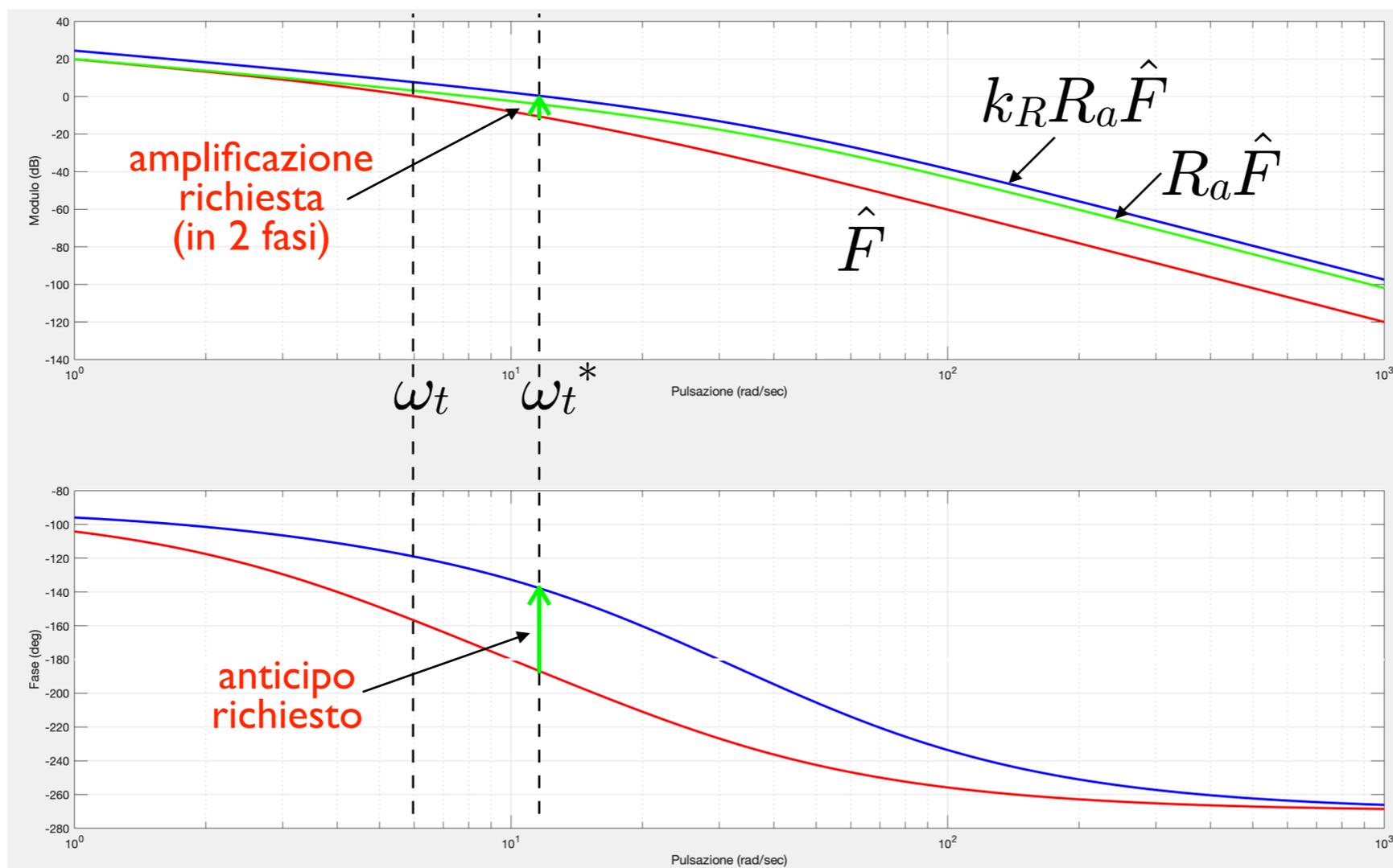
2. è necessario aumentare m_φ e ω_t può diminuire ($\omega_t^* < \omega_t$)

- si deve attenuare il modulo in ω_t^* di $|\hat{F}(j\omega_t^*)|_{\text{dB}}$, senza però ritardare le fasi di più di $m_\varphi - m_\varphi^* = \angle \hat{F}(j\omega_t^*) + 180^\circ - m_\varphi^*$
- usare una **funzione attenuatrice** con (1) m in grado di fornire l'attenuazione richiesta (2) ω_T sufficientemente "grande" da limitare il ritardo di fase entro il massimo tollerabile, e collocare l'attenuazione in ω_t^*



3. è necessario aumentare ω_t ($\omega_t^* > \omega_t$)

- se la fase in ω_t^* è già adeguata basta $k_R = 1 / |\hat{F}(j\omega_t^*)|$; altrimenti amplificare il modulo in ω_t^* di $-|\hat{F}(j\omega_t^*)|_{dB}$ anticipando le fasi di almeno $m_\varphi^* - 180^\circ - \angle \hat{F}(j\omega_t^*)$
- nel secondo caso, usare una **funzione anticipatrice** con (1) m in grado di fornire l'anticipo richiesto (2) ω_T tale da fornire un'amplificazione minore o uguale a quella richiesta, e collocare l'anticipo in ω_t^*
- se necessario, aggiungere un $k_R > 1$ per fornire l'amplificazione mancante in ω_t^*



4. è necessario diminuire o lasciare inalterata ω_t ($\omega_t^* \leq \omega_t$)

- se la fase in ω_t^* è adeguata basta un'attenuatrice (caso 2); altrimenti anticipare la fase in ω_t^* di almeno $m_\varphi^* - 180^\circ - \angle \hat{F}(j\omega_t^*)$, e poi attenuare quanto serve
- nel secondo caso, usare un'anticipatrice con (1) m in grado di fornire l'anticipo richiesto più un margine (2) ω_T "piccola"; e un'attenuatrice con (1) m in grado di fornire l'attenuazione necessaria (2) ω_T abbastanza "grande" da limitare il ritardo entro il margine; per entrambe collocare la compensazione in ω_t^*

