

Sistemi di Controllo

Prof. Giuseppe Oriolo

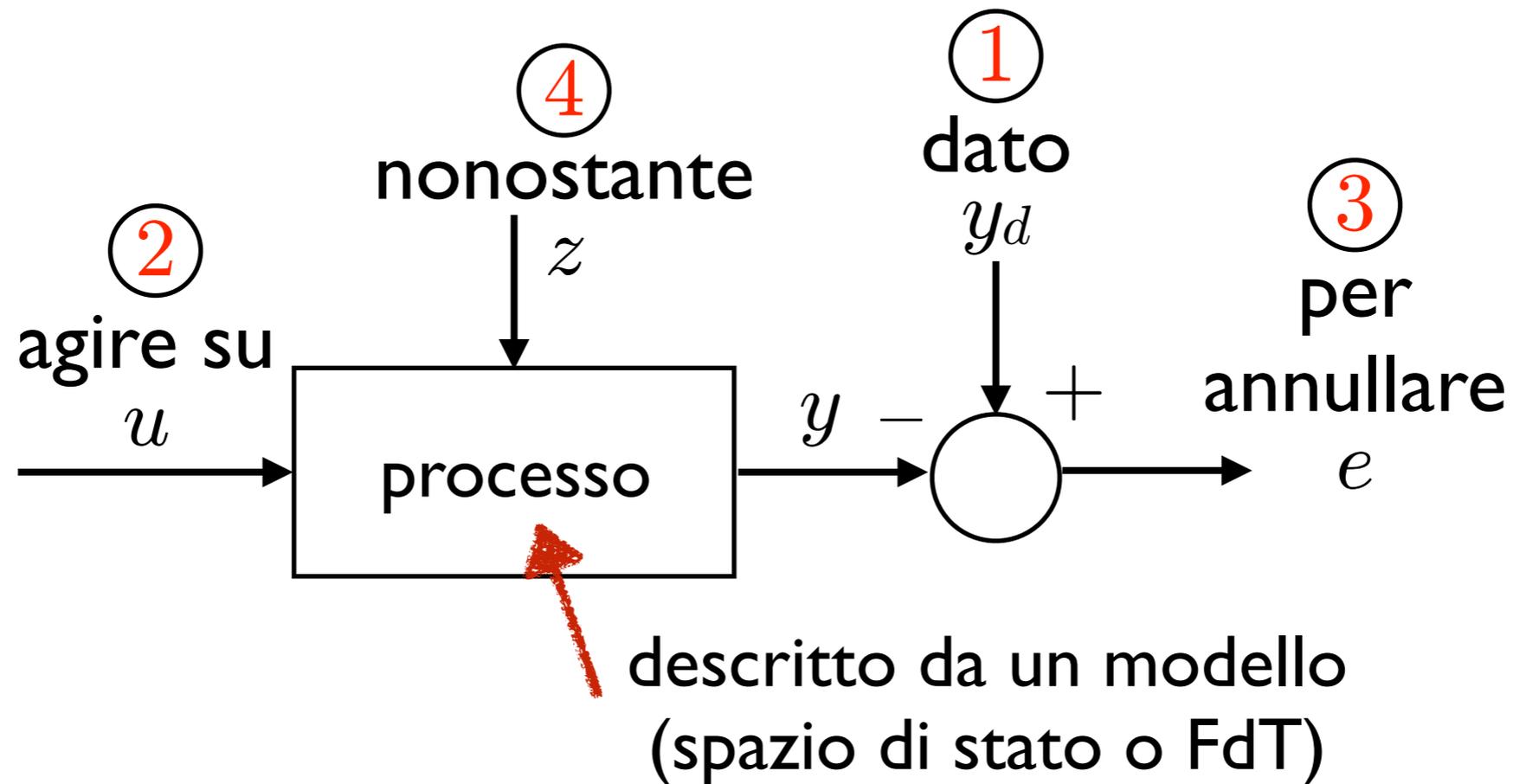
Struttura dei sistemi di controllo

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INFORMATICA
AUTOMATICA E GESTIONALE ANTONIO RUBERTI



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

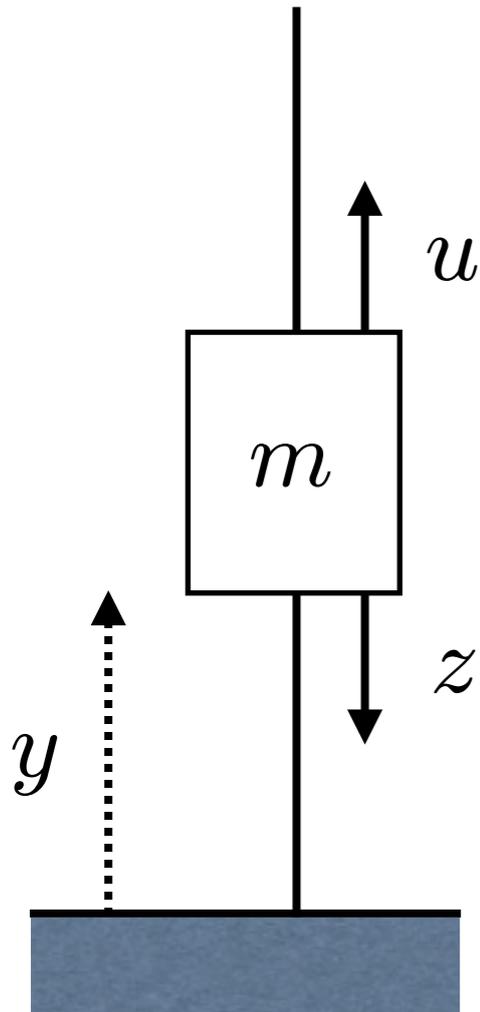
sistemi di controllo



- **controllo**: imporre a un sistema dinamico (**processo** o **plant**) un comportamento specificato come un andamento desiderato dell'uscita $y_d(t)$
- si vuole ridurre o annullare **asintoticamente** l'errore $e = y_d - y$
- questo obiettivo va ottenuto nonostante la presenza del disturbo z

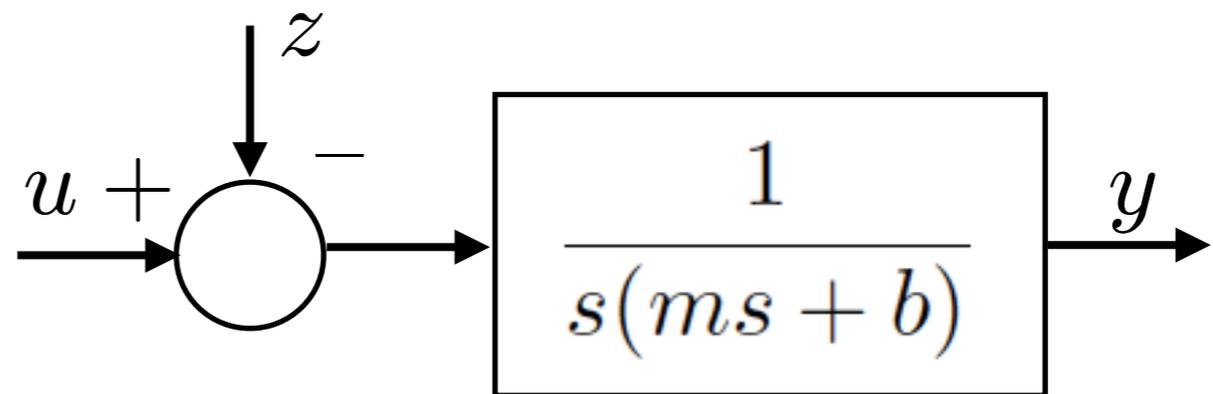
- **difficoltà**
 - il processo potrebbe non essere AS, e dunque non ammettere un regime permanente
 - il processo potrebbe essere dinamicamente inadeguato perché lento, oscillatorio o incapace di generare y_d
 - generalmente il disturbo è ignoto o comunque non misurabile
 - le prestazioni dovrebbero mantenersi anche in presenza di variazioni dei parametri del processo
- **progetto** (o **sintesi**)
 - scelta di un'architettura di controllo
 - scelta dell'azione di controllo e dei suoi parametri
- introduciamo l'architettura di controllo mediante un **esempio**

esempio: controllo di quota di un ascensore

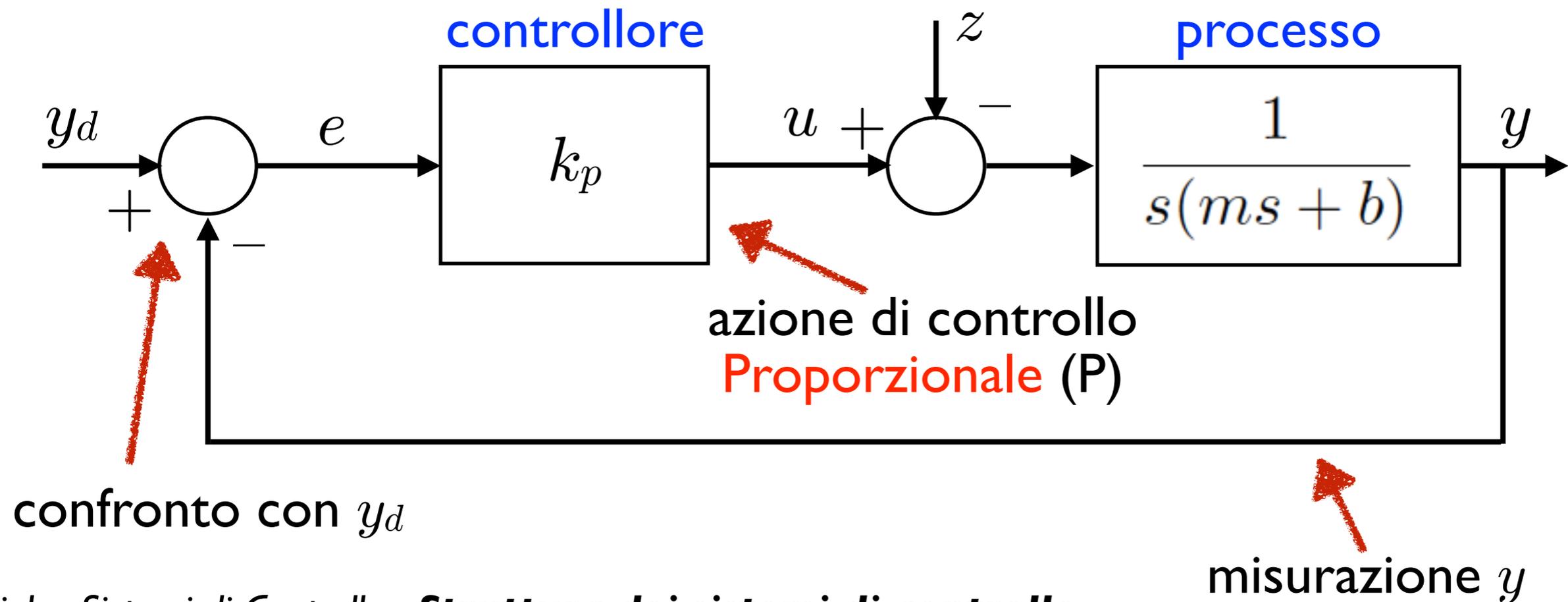


- ingresso u (forza di trazione)
- disturbo $z = mg$ (forza di gravità)
- uscita y (quota)
- presenza attrito viscoso, coefficiente b
- modello $m\ddot{y} = u - z - b\dot{y}$

$$P(s) = \frac{1}{s(ms + b)}$$



- il processo non è AS; per recuperare la stabilità è necessario immergerlo in un anello di retroazione, cioè usare l'uscita y per generare l'ingresso u
- come ? **paradigma:**
 - misurare y con un apposito sensore
 - confrontarla con y_d
 - sviluppare l'azione di controllo a partire dall'errore $e = y_d - y$ (per esempio, proporzionale a e)

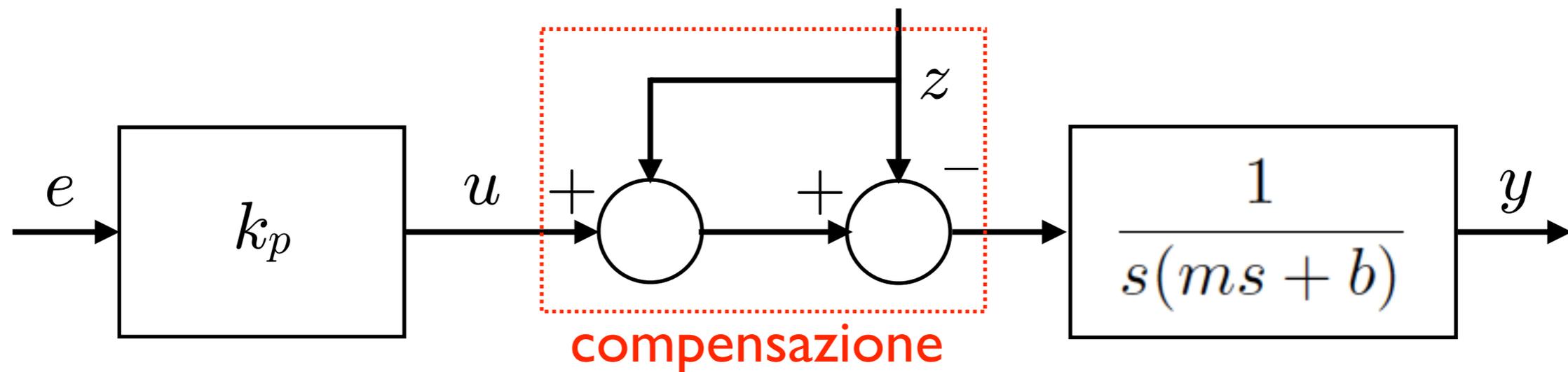


- analizziamo il comportamento del sistema retroazionato, che ha FdT pari a

$$W(s) = \frac{k_p}{ms^2 + bs + k_p}$$

ed è quindi **AS** per $k_p > 0$

- nell'**hyp**: disturbo z misurabile (m nota), lo si può compensare mediante un contrappeso o comunque aggiungendo una forza costante mg all'ingresso u



- supponendo $y_d = \bar{y}$ (costante), la risposta permanente è

$$y_p = W(0) \bar{y} = \bar{y}$$

e quindi si ha **riproduzione esatta a regime** di y_d

- se si rimuove l'**hyp**: z misurabile (m ignota perché carico ascensore variabile), il disturbo **non può essere compensato** ed è necessario valutarne la FdT

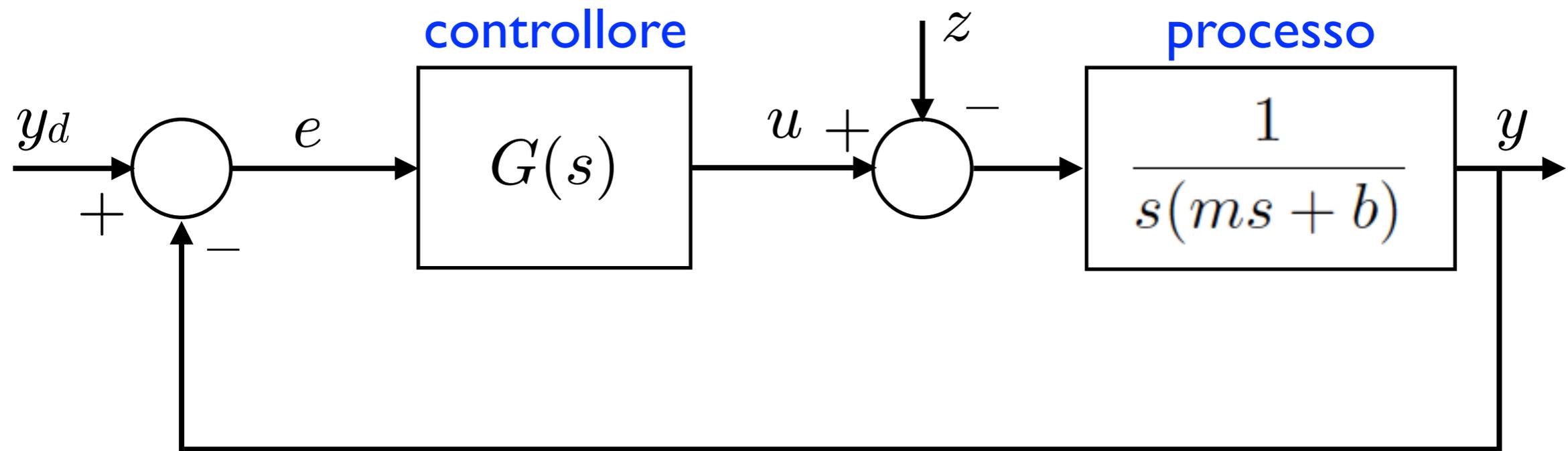
$$W_z(s) = -\frac{P(s)}{1 + k_p P(s)} = -\frac{1}{ms^2 + bs + k_p}$$

- la risposta permanente ora è

$$y_p = W(0) \bar{y} - W_z(0)z = \bar{y} - \frac{mg}{k_p}$$

quindi si ha un **errore costante a regime che può essere ridotto aumentando k_p** , pur di porre attenzione a

- riduzione margine di fase
 - degradazione transitorio (vedremo più avanti)
 - possibili saturazioni degli attuatori
- si può fare di meglio **modificando il controllore**



- scegliendo un **controllore Proporzionale-Integrale (PI)**

$$G(s) = k_p + \frac{k_i}{s} \quad (\text{cioè } u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^T e(\tau) d\tau)$$

- si ha

$$W(s) = \frac{G(s)P(s)}{1 + G(s)P(s)} = \frac{k_p s + k_i}{ms^3 + bs^2 + k_p s + k_i}$$

$$W_z(s) = -\frac{P(s)}{1 + G(s)P(s)} = \frac{s}{ms^3 + bs^2 + k_p s + k_i}$$

- mediante il Criterio di Routh si vede facilmente che il sistema retroazionato è AS per $k_i > 0, k_p > mk_i/b$
- in queste ipotesi, la risposta a regime permanente è

$$y_p = W(0) \bar{y} - W_z(0)z = \bar{y}$$

si ha **riproduzione esatta a regime** di y_d **nonostante il disturbo!**

- notare il ruolo fondamentale dello **zero in $s=0$ di $W_z(s)$** , a sua volta proveniente dal **polo in $s=0$ di $G(s)$**
- il controllore è **robusto** rispetto alle variazioni dei parametri del processo; in particolare, se

$$m \in [m_{\min}, m_{\max}] \quad b \in [b_{\min}, b_{\max}]$$

il sistema retroazionato resta AS (con le stesse prestazioni viste prima) purché

$$k_p > \frac{m_{\max}}{b_{\min}} k_i$$

- riassumendo, questo esempio mostra che in principio la struttura di controllo a retroazione consente di:
 - **stabilizzare** il sistema risultante
 - **riprodurre** a regime l'uscita desiderata esattamente o con errore limitato
 - **rigettare** parzialmente o completamente segnali di disturbo
 - **mantenere** queste prestazioni in presenza di variazioni dei parametri del modello
- questo perché l'azione di controllo non viene sviluppata a partire dalle cause che tendono a creare l'errore, ma **piuttosto dei loro effetti**
- naturalmente tutto ciò si ottiene a patto di **progettare in modo opportuno il controllore**